



**INSTITUT UNIVERSITAIRE
DE FORMATION DES MAITRES**

UNIVERSITE DE LA POLYNESIE FRANCAISE

Session 2011

**CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES
EPREUVES BLANCHES n°1**

**Mercredi 19 janvier 2011 - de 13h30 à 16h30
Deuxième épreuve d'admissibilité**

MATHEMATIQUES

**Durée : 3 heures
Coefficient : 3
Note éliminatoire 5/20**

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 6 pages numérotées. Assurez-vous que cet exemplaire est complet.
S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.

L'usage de la calculatrice est autorisé : Calculatrice électronique de poche y compris calculatrice programmable et alphanumérique ou à écran graphique à fonctionnement autonome non imprimante

(cf. circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 publiée au B.O n° 42).

Le candidat n'utilise qu'une seule machine sur la table. Toutefois, si celle-ci vient à connaître une défaillance, il peut la remplacer par une autre.

Afin de prévenir les risques de fraude, sont interdits les échanges de machines entre les candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.

Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

Exercice 1 : 4 points

Partie A

Un jeu consiste à tirer à tour de rôle des jetons dans un sac. Les jetons rouges valent 10 points et les jetons bleus valent 5 points.

Chaque élève doit en tirer 15, puis chacun compte son nombre de points

1. Un élève dit qu'il a 120 points. Combien de jetons de chaque sorte a-t-il tiré ?

On répondra à cette question de deux manières, par une méthode algébrique et par une méthode arithmétique.

2. Un autre élève dit qu'il a 108 points. Expliquer pourquoi il a dû se tromper.

Partie B

Maintenant on enlève les jetons rouges et on les remplace par des jaunes qui valent 8 points. On joue à deux : chaque élève commence avec un capital de 15 jetons, puis au cours du jeu, il en donne ou en reçoit de son adversaire (son nombre de jetons en cours de partie est donc compris entre 0 et 30).

Au cours de la partie, Céline possède 53 points. Combien de jetons de chaque type possède-t-elle ? Donner toutes les solutions.

Partie C

Quel nombre maximum de rectangles de 5 cm sur 8 cm peut-on obtenir en découpant une plaque de dimension 40 cm \times 53 cm ? (on pourra utiliser les réponses de la question B1, et justifier la réponse en réalisant un schéma rapide du découpage).

Question complémentaire : 4 points

Observer les trois problèmes présentés dans l'annexe 1.

1. Dans quel cycle de l'école primaire ces problèmes pourraient-ils être traités ? Justifier la réponse.

2. Proposer deux erreurs différentes de procédure que pourraient commettre les élèves dans le problème n°1.

3. Indiquer les principales étapes de la procédure que pourrait adopter un élève pour résoudre le problème n°2.

4. a. Quelle notion supplémentaire par rapport aux deux problèmes précédents la résolution du problème n°3 suppose-t-elle ?

b. Donner les résultats de la question a du problème 3.

c. Indiquer les principales étapes de la procédure que pourrait adopter un élève pour résoudre la question b du problème n°3, sachant qu'il a répondu à la question a.

Exercice 2 : 4 points

On considère un verre formé d'une pyramide renversée de hauteur $[SK]$, surmontée d'un parallélépipède rectangle, comme dans la figure ci-contre.

Le point K est le centre du rectangle $EFGH$.

Le verre est complètement creux.

On donne les longueurs suivantes :

$AB = 6$ cm, $AD = 8$ cm, $AE = 10$ cm et $SK = 5$ cm.

Le dessin n'est pas à l'échelle.

On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la

formule : $V = \frac{1}{3} B \times h$, où B l'aire de la base de la pyramide et h

désigne sa hauteur.

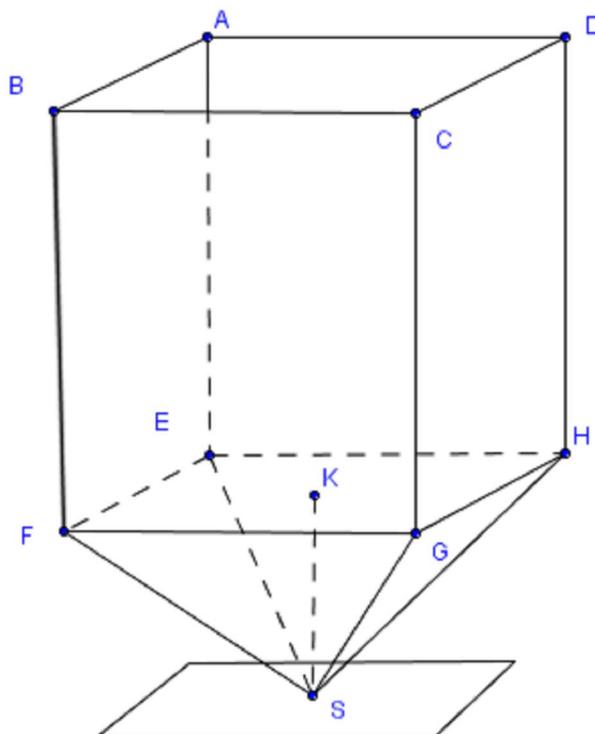
1. Montrer que le volume du verre est 560 cm³. En déduire la contenance en litre du verre.

2. On décide de réaliser un modèle réduit à l'échelle $\frac{1}{2}$ de ce

verre. Les constructions demandées ci-dessous seront faites en utilisant le quadrillage de l'annexe 5, que l'on rendra avec la copie. Les instruments de géométrie autorisés sont la règle non graduée et le compas. On laissera les traits de construction apparents.

a. Calculer FK et construire le triangle FSK à l'échelle $\frac{1}{2}$.

b. Représenter un patron du modèle réduit.



Exercice 3 : 4 points

Une marque de peintures murales propose des pots de peinture au prix de vente de 7 800 F l'un. On appellera par la suite ces pots, des pots « hors promotion ».

Cette marque propose aussi, en promotion, pour le même prix de 7 800 F le pot, des pots de 3 litres sur lesquels un bandeau indique :

+ 20 % gratuits
Ce pot permet de couvrir 48 m²

On notera qu'il est sous-entendu que les 20 % gratuits portent sur la contenance des pots « hors promotion ».

1. Quel est le volume d'un pot « hors promotion » ?
2. A quel prix revient, pour le client, un litre de peinture prélevé dans un pot « hors promotion » ?
3. Finalement, de quel pourcentage le prix au litre a-t-il baissé (on donnera un arrondi de cette valeur au dixième) ?
4. On doit peindre les quatre parois et le fond d'une piscine parallélépipédique de longueur 6 m, de largeur 5 m et de profondeur 2,25 m avec 3 couches de peinture.
Quelle est l'économie en francs réalisée grâce à la promotion ?

Question complémentaire (4 points)

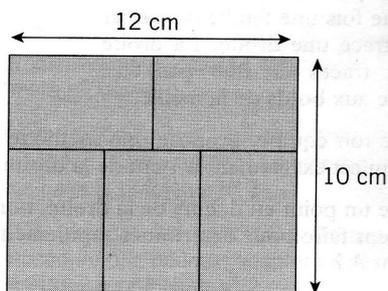
Les documents en annexes 2 et 3 sont tirés de « ERMEL CM1 », Hatier, 2006. Ces documents décrivent une séance de recherche en classe. L'annexe 4 présente les productions de quatre élèves.

1. À quelle notion mathématique se réfère la situation proposée ?
2. Cinq étiquettes-prix sont proposées mais les prix ne sont pas exactement ceux nécessaires pour compléter les cinq cartons. Qu'est-ce qui a pu motiver ces choix ? Donner deux arguments possibles.
3. On s'intéresse aux productions des élèves présentées en annexe 4. Pour chacune d'elles, décrire la procédure utilisée par l'élève, et préciser sa validité.
4. Lors de la mise en commun proposée à l'étape 2 de l'annexe 3, le maître décide de commencer par le carton 300 g. Justifier ce choix.
5. Un élève n'est pas d'accord avec Jean-Marie. Quel argument cet élève peut-il avancer à Jean-Marie pour justifier son désaccord ?
6. Donner deux procédures efficaces, qui pourront avoir été mises en évidence lors de la mise en commun, pour effectuer le calcul du prix de 450 g de champignons lors de la phase de réinvestissement.

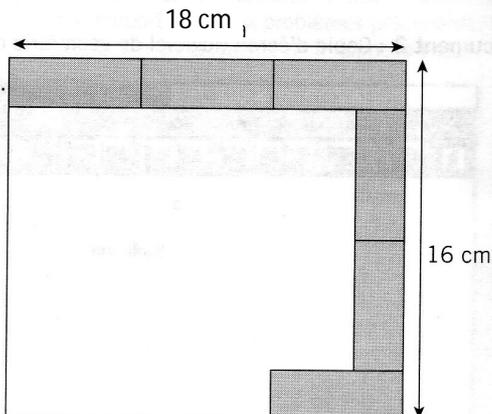
Annexe 1

Quelles sont les mesures des étiquettes ?

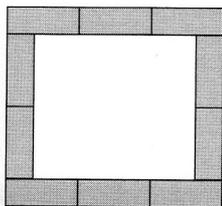
- ❶ Les étiquettes oranges qui constituent ce rectangle sont toutes identiques. Le dessin n'est pas un vraie grandeur. Trouve la longueur et la largeur de chaque étiquette.



- ❷ Les étiquettes bleues déjà placées sur ce rectangle sont toutes identiques. Le dessin n'est pas en vraie grandeur. Trouve la longueur et la largeur de chaque étiquette.



❸



- Les étiquettes roses, toutes identiques, sont disposées à l'intérieur d'un carré. Le périmètre de ce carré mesure 96 cm. Le dessin n'est pas en vraie grandeur.
- Trouve la longueur et la largeur de chaque étiquette.
 - Trouve le périmètre du carré blanc.

Annexe 2 : « Le prix des champignons », d'après ERMEL, Hatier

Description rapide

Dans cette activité, il s'agit de trouver, parmi un lot d'étiquettes-prix, celles qui correspondent aux prix de différentes masses de champignons, exprimées en g. On donne le prix pour 100 g.

Matériel

Une affiche à mettre au tableau

Poids : 100 g Prix : 8 €

Pour chaque groupe de deux élèves :

- une fiche comportant 5 cartons à découper :

Poids : 300 g	Poids : 250 g	Poids : 150 g	Poids : 104 g	Poids : 50 g
Prix :	Prix :	Prix :	Prix :	Prix :

- une fiche comportant les 5 étiquettes-prix à découper :

30 €	12 €	20 €	24 €	58 €
------	------	------	------	------

- une fiche récapitulative du type de la fiche suivante :

Poids	Prix	Explications

Annexe 3 : « Le prix des champignons », d'après ERMEL, Hatier

Déroulement

Étape 1 : travail par groupes

Le maître donne la consigne ci-dessous et met l'affiche au tableau.

Consigne

« Vous allez résoudre le problème suivant par groupe de deux : dans un supermarché, au rayon « Fruits et légumes », la vendeuse prépare des cartons à mettre sur des sachets de champignons.

Sur chaque carton, le poids et le prix sont indiqués.

L'étiquetage du paquet de 100 g est déjà fait. Je l'ai affiché au tableau.

Vous avez les cartons sur lesquels les poids sont marqués et des étiquettes avec des prix. Cherchez les cartons que vous pouvez compléter avec les étiquettes-prix qui conviennent. Attention, certaines étiquettes ne conviennent pas et d'autres manquent.

Écrivez au fur et à mesure sur la fiche récapitulative les poids et les prix que vous avez associés et expliquez pourquoi. »

Étape 2 : mise en commun

Le maître affiche au tableau tous les prix qui correspondent à un même sachet. Si des cartons différents, le maître demande qui a raison. Il écrit les procédures ou arguments au tableau.

Étape 3 : réinvestissement individuel différencié

Pour tous : chercher le prix de 200 g de champignons, de 450 g, de 75 g, de 1 kg.

Pour certains, en plus : chercher le prix de 375 g, de 850 g, de 625 g de champignons.

Annexe 4 : production d'élèves

Etienne

Poids: 300g	Parce que $100 \times 3 = 300g$ et donc $8 \times 3 = 24€$
Prix: 24 €	

Jean-Marie

Poids: 104g	Dans 100g le prix est 8€. Donc 104g est 4 de plus. Il est 12€.
Prix: 12 €	

Lionel

Poids: 300g	$100g \ 8€ + 100g \ 8€ + 100g \ 8€ = 300g \ 24€$
Prix: 24 €	

Farid

Poids: 150g	Parce que $100g = 8 + 50g = 4$ donc $8 + 4 = 12$ 150 c'est la moitié de 300 alors on prends la moitié de 24 = 12€
Prix: 12 €	

Annexe 5

