

## Fiche de TD : PROPORTIONNALITE

### Exercice 1 :

Le matin au réveil, le nez de Pinocchio a 5 cm de long. Quand, au cours de la journée, Pinocchio dit un mensonge, la Fée aux cheveux bleus l'allonge de 3 cm, mais, quand il dit la vérité, la Fée le raccourcit de 2 cm.

1. A la fin de la journée, Pinocchio a dit 7 mensonges et son nez a 20 cm de long. Combien de fois a-t-il dit la vérité dans la journée ?
2. Cette fois-ci, en fin de journée, le nez de Pinocchio mesure toujours 5 cm. Pourtant, il a dit des mensonges et des vérités ! Sachant que, dans une journée, Pinocchio dit entre 1 et 15 mensonges et entre 1 et 15 vérités, donner toutes les possibilités de nombre de mensonges et de vérités dites par Pinocchio.

### Exercice 2 :

Un immeuble comporte deux studios, deux F1, deux F2, trois F3 et trois F4. Les studios ont une superficie de 20 m<sup>2</sup>, les F1 de 30 m<sup>2</sup>, les F2 de 45 m<sup>2</sup>, les F3 de 70 m<sup>2</sup>, et les F4 de 90 m<sup>2</sup>. Les charges annuelles de fonctionnement (électricité, enlèvement des ordures, entretien des escaliers et ascenseurs) s'élèvent à 1 005 000 XPF. Répartir proportionnellement ces charges entre chaque appartement.

### Exercice 3 :

$ABC$  est un triangle, avec  $AB = 14,5$ ,  $AC = 11,6$  et  $BC = 8,7$ . Le point  $D$  est le point du segment  $[AB]$  tel que  $AD = 10,8$  et le point  $E$  est le point du segment  $[AC]$  tel que  $AE = 8,6$ .

1. Les droites  $(ED)$  et  $(BC)$  paraissent-elles parallèles ? Montrer qu'en fait, elles ne le sont pas !
2. On appelle  $F$  le point d'intersection des droites  $(ED)$  et  $(BC)$ . Calculer  $CF$ .

*Aide : on pourra se demander si le triangle  $ABC$  n'a pas une particularité, facile à prouver en utilisant un théorème bien connu, puis considérer les points  $H$  et  $K$  pieds des hauteurs de sommet  $D$  dans les triangles  $DBC$  et  $DAC$ , puis utiliser un autre théorème bien connu dans deux triangles bien choisis...*

### Exercice 4 :

On dispose de 500 000 XPF d'économies. Quel est le placement le plus avantageux :

- 200 000 XPF à 9% et 300 000 XPF à 11%
- 500 000 XPF à 10%.

### Exercice 5 :

Pendant les soldes à Tahiti Pas Cher, tout est à - 40%. Les personnes qui ont la carte Tahiti Pas Cher ont droit à une réduction supplémentaire de 15% sur le prix réduit.

- a. Quel est alors le pourcentage total de réduction ?
- b. Le prix d'un article est de 15 300 XPF après les deux réductions. Quel était son prix initial ?

### Exercice 6 :

Un vendeur décide d'augmenter ses prix de 10%. Le mois suivant (ne vendant plus rien !), il décide de baisser ses nouveaux prix de 10%.

1. Décrire l'évolution du prix d'un livre valant initialement 2 500 XPF.
2. Globalement, les livres ont-ils augmenté ou baissé ? Traduire cette variation en pourcentage.

### Exercice 7 :

1. Rodolphe a acheté une voiture neuve valant 1 500 000 XPF. La première année, les modèles perdent 30% de leur valeur. Combien Rodolphe pourra-t-il espérer revendre son véhicule au bout d'un an ?
2. La deuxième année, et les suivantes, les modèles perdent 25% de leur valeur par rapport à l'année précédente. Que vaudra alors la voiture de Rodolphe au bout de 4 ans ? Quel est le pourcentage de perte en 4 ans ?

### Exercice 8 :

Commenter cette annonce d'un journaliste : « Une nouvelle hausse de 15% sur le tabac interviendra le 1<sup>er</sup> Septembre qui, ajoutée à la hausse de 10% survenue le 1<sup>er</sup> Mars, aura augmenté d'un quart le prix du paquet sur l'année ».

### Exercice 9 :

On double l'arête d'un cube : quel est le pourcentage d'augmentation de son arête ? De son volume ?

On augmente l'arête d'un cube de 10%, de combien a augmenté son volume ?

Si on diminue l'arête du tiers, quel est le pourcentage de diminution du volume ?

### Exercice 10 : question complémentaire

Le problème ci-dessous a été donné à des élèves de cycle 3 (cycle des approfondissements).

Pour emballer 10 livres, un libraire utilise 4 m de papier, et pour emballer 25 livres, il lui faut 10 m de papier.

- 1- Combien de livres le libraire peut-il emballer avec 14 m de papier ?
- 2- Quelle longueur de papier faut-il pour emballer 50 livres ?
- 3- Combien de livres le libraire peut-il emballer avec 6 m de papier ?

Chacun des élèves a eu un énoncé et a travaillé seul sur sa feuille.

Le maître leur a précisé au préalable que les livres étaient tous identiques.

Les travaux de six élèves se trouvent en annexe 1.

1. Quelle est la notion mathématique commune aux parties A et B ?
2. Etudier les productions de ces six élèves en mettant en évidence les types de procédures utilisées (pertinentes ou non). On ne se contentera pas d'une simple description des productions ; on se référera aux propriétés de la proportionnalité.
3. Analyser trois types d'erreurs en indiquant les élèves qui les ont commises.

### Exercice 11 (Aix, 2000) :

Un cycliste parcourt un même trajet à l'aller et au retour sans s'arrêter. Sa vitesse est 20 km/h en montée et 40 km/h en descente. L'aller se compose d'une montée et d'une descente dont la longueur est deux fois plus courte que celle de la montée.

1. Calculez sa vitesse moyenne sur le parcours aller.
2. Calculez sa vitesse moyenne sur le parcours retour.
3. Calculez sa vitesse moyenne sur le parcours aller-retour.

### Exercice 12 (Grenoble, 2003) :

Deux cyclistes font une course consistant en un aller-retour entre deux villes A et B ; on appelle  $d$  la distance entre ces deux villes.

Le premier cycliste, plein d'ardeur, fait le trajet de A à B avec une vitesse  $v$  très honorable ; malheureusement, dans la ville B, sa bicyclette subit une avarie qui le contraint à revenir de B en A à une vitesse  $w$  très réduite.

Quant au deuxième cycliste, il part de A en même temps que le premier ; il effectue les deux trajets de A à B puis de B à A avec la même vitesse constante  $x$  nettement inférieure à  $v$ , mais la malchance de son compagnon lui permet de terminer la course en même temps que lui.

On précise que les vitesses  $v$ ,  $w$ , et  $x$  sont considérées comme des constantes ; aucun temps d'arrêt en B n'est à prendre en compte.

1. On suppose d'abord :  $d = 20$  km,  $v = 40$  km/h,  $w = 10$  km/h.
  - a. Combien de temps ont duré les deux trajets aller et retour du premier cycliste ?
  - b. Quelle était la vitesse  $x$  du second cycliste ?
2. Etablissez maintenant une formule générale qui permet de calculer  $x$  en fonction de  $d$ ,  $v$  et  $w$ .

### Exercice 13 :

Ma piscine ronde a un trou et quelques fuites... Elle a un diamètre de 4m50, et le constructeur dit qu'elle contient  $20 \text{ m}^3$ . Comme je suis tatillon, je veux y mettre exactement  $20 \text{ m}^3$ ... Quelle doit être la hauteur d'eau ?

Malheur ! Le lendemain il manquait déjà 8 cm... Combien d'eau ai-je perdue ?

Finalement je me débrouille pour avoir  $18 \text{ m}^3$  dans cette piscine.

Si elle n'était pas trouée, en combien de temps se remplirait-elle sachant que je peux régler le débit de mon robinet et qu'il est sur 25 litres par minute ?

Au bout de 72 h, la fuite a tout vidé ! Combien de temps vais-je mettre pour la remplir à la contenance voulue ??

### Exercice 14 (Aix, 2003) :

Un bassin est alimenté par deux fontaines qui ont chacune un débit constant. Utilisée seule, la première fontaine remplit le bassin en 9 heures. La seconde, si elle fonctionne seule, ne met que 7 heures à le remplir.

1. Combien de temps serait nécessaire pour remplir le bassin si on utilisait les deux fontaines en même temps ? Exprimer ce temps en heures, minutes et secondes.
2. Si on laisse couler la première fontaine pendant quatre heures et la seconde pendant trois heures, la quantité d'eau recueillie au total est de 550 litres.
  - a. Quelle est la capacité du bassin ?
  - b. Calculer, en litres par heure, le débit de chacune des deux fontaines.

