

COURS FONCTION LOGARITHME p1

Introduction

A paraît une nouvelle fonction dite logarithme et notée $\ln(x)$. On entrevoit ses premières propriétés au début du XVII^e siècle. Elle est très importante car elle permet de modéliser de très nombreux phénomènes économiques, physiques et sociaux. Elle donne par exemple le lien entre la magnitude d'un séisme et l'énergie libérée ; l'évolution du nombre de globules blancs chez un individu malade ; elle permet de savoir si des espèces animales sont en danger d'extinction, etc... D'un point de vue mathématique, elle a la propriété rare de transformer « l'image d'un produit en une somme d'images » et elle a aussi solutionné la recherche de la primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$.

En effet, on connaissait celles des fonctions $x \mapsto \frac{1}{x^2}$ ou $x \mapsto \frac{1}{x^3}$ Mais pas celle de $x \mapsto \frac{1}{x}$.

Définition :

On appelle fonction logarithme népérien et on note $\ln(x)$, la primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$

telle que $\begin{cases} \ln \text{ est définie sur }]0; +\infty[\\ \text{et} \\ \ln(1) = 0 \end{cases}$

Tableau de données

Remplir grâce à votre calculatrice le tableau de données de la fonction logarithme (Touche $\ln$). Vous arrondirez les résultats à 10^{-1} près. Commenter les résultats.

x	-10	-5	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	10	20	30	40	50
f(x)	E	E	E	-1,6	-0,9	-0,5	-0,2	0	2,3	3	3,4	3,7	3,9

La fonction ne donne des résultats que pour $x > 0$

On remarque que $\begin{cases} \text{Pour tout } x \in]0; 1[, \ln(x) < 0 \\ \text{Pour tout } x \in [1; +\infty[, \ln(x) \geq 0 \end{cases}$

La fonction croît lentement

Carte d'identité

Nom : Fonction logarithme népérien notée $\ln()$

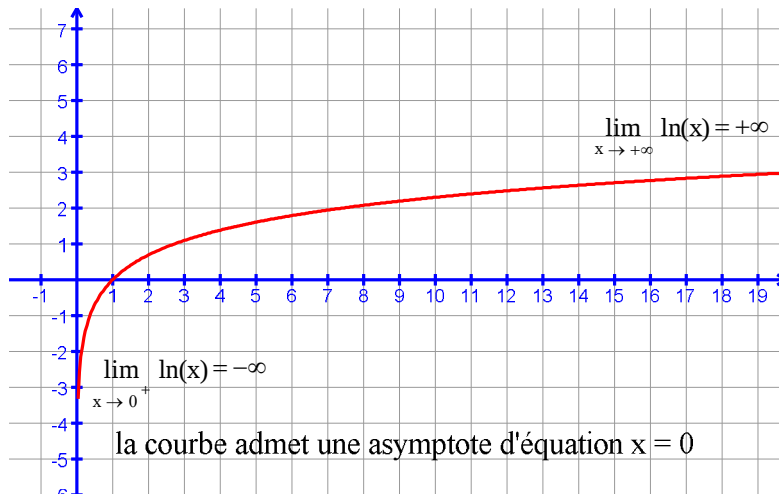
Ensemble de définition : $D =]0; +\infty[$

Dérivée : Pour tout $x \in D$, $(\ln(x))' = \frac{1}{x}$

Variations :

Valeurs de x	0	$+\infty$
Signe de $(\ln)'$		+
Variations de $\ln$	$-\infty$	$+\infty$

Courbe d'identité :



Théorème 1

(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$

COURS FONCTION LOGARITHME p2

Méthode

1) Etudier $f(x) = -3 \ln(x) + 5$

Application

2) Etudier $f(x) = \frac{1}{2} \ln(x) - 4$

--	--

Fonctions composées

Théorème 2 : Fonction composée $f : x \mapsto (\ln \circ u)(x) = \ln(u(x))$

Ensemble de définition de $f : D = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_u \text{ et } u(x) > 0\}$

Dérivée de $f : f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$

Cette formule se démontre grâce à la dérivée d'une fonction composée

Méthode

1) Etudier $f(x) = 10 \ln(-2x + 5)$

Application

2) Etudier $f(x) = -\ln(4x - 20)$

--	--