EXERCICE 1

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur] 0 ; +∞ [par : $f(x) = x + 1 - (2x + 1)\ln(x)$
où ln est la fonction logarithme népérien

1) a) Calculer les fonction f ' et f '' dérivée première et seconde de f
b) Déterminer le sens de variation de f '
En déduire que pour tout réel $x > 0$, $f'(x) < 0$

2) a) indiquer le sens de variation de f
b) Déterminer les limites de f aux bornes de Df
c) Démontrer qu' il existe un unique réel α tel que $f(\alpha) = 0$
donner une valeur approchée de α à 0,01 prés par défaut
d) Donner le signe de f(x) selon les valeurs de x

PARTIE B

Soit g la fonction définie sur] 0 ; +∞ [par : $\dfrac{\ln(x)}{x^2 + x}$

On désigne par C la courbe représentative de g dans un repère orthonormé

1) a) déterminer le sens de variation de g (montrer que g '(x) a le même signe que f(x))

vérifier que $g(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha(2\alpha + 1)}$

b) Déterminer les limites de g aux bornes de Dg
interpréter graphiquement ces limites

2) Tracer C et la tangente au point d' abscisse 1