

Exercice 5: France-Métropolitaine Juin 1999

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; u, v)$.

1: Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (1): $\frac{z-2}{z-1} = z$.

On donnera le module et un argument de chaque solution.

2: Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (2): $\frac{z-2}{z-1} = i$.

On donnera la solution sous forme algébrique.

3: Soit M, A et B les points d'affixes respectives: z , 1 et 2. On suppose que M est distinct des points A et B.

a: Interpréter géométriquement le module et un argument de $\frac{z-2}{z-1}$.

b: Retrouver géométriquement la solution de (2).

4:

a: Montrer, à l'aide d'une interprétation géométrique, que toute solution de l'équation dans \mathbb{C} :

$$\left(\frac{z-2}{z-1}\right)^n = i$$

où n désigne un entier naturel non nul donné, a pour partie réelle $\frac{3}{2}$.

b: Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (3): $\left(\frac{z-2}{z-1}\right)^2 = i$. On cherchera les solutions sous forme algébrique.