

**Calculatrice interdite**

Les téléphones portables doivent être éteints, et **se trouver** sur la table. Il est interdit de sortir pendant le devoir.

**Exercice 1 (5 points)**

Pour chacune des fonctions ci-dessous, donner les ensembles sur lequel  $f$  est dérivable. Calculer  $f'(x)$ .

1.  $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 3x - 5$

2.  $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{1}{x}$

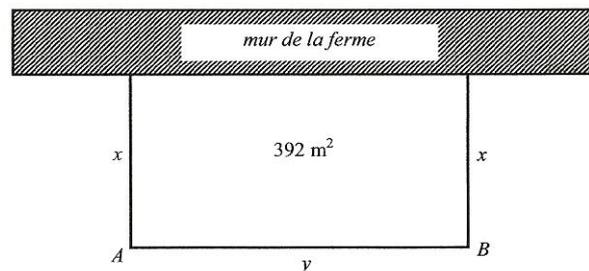
3.  $f(x) = \frac{5 - 2x}{3x^2 + 1}$

4.  $f(x) = (x^2 + 1)\sqrt{x}$

5.  $f(x) = \tan(x)$

**Exercice 2 (6 points)**

Un fermier décide de réaliser un poulailler (en forme rectangulaire) le long du mur de sa maison. Ce poulailler devra avoir une aire de  $392 \text{ m}^2$ . Afin de minimiser le coût, ce fermier cherche la longueur minimale de clôture nécessaire à la réalisation du poulailler. Il ne dispose en tout que de  $100 \text{ m}$  de clôture.



La figure ci-dessus représente le poulailler accolé à la ferme en *vue de dessus*. On appelle  $x$  la distance séparant chaque piquet au mur et  $y$  la distance entre les 2 piquets A et B. (On a donc  $x > 0$  et  $y > 0$ )

- Sachant que l'aire du poulailler est  $392 \text{ m}^2$ , exprimer  $y$  en fonction de  $x$ .
- Démontrer que la longueur  $l(x)$  du grillage est  $l(x) = \frac{2x^2 + 392}{x}$ .
- Calculer la dérivée  $l'$  de  $l$ . En déduire le tableau de variations de  $l$  sur l'intervalle  $]0 ; 100]$ .
- En déduire les dimensions  $x$  et  $y$  pour lesquelles la clôture a une longueur minimale. Préciser cette longueur.

Aide aux calculs :  $392 = 2 \times 14^2$

**Exercice 3 (2 points)** (Toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation de l'exercice)

Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions dérivables sur l'intervalle  $I = [0;1]$  telles que :  $f(0) = g(0)$  et  $f' \leq g'$  sur  $I$ .

Démontrer que  $f \leq g$  sur  $I$ . (On pourra étudier les variations de  $g - f$ ).