Exercice 5

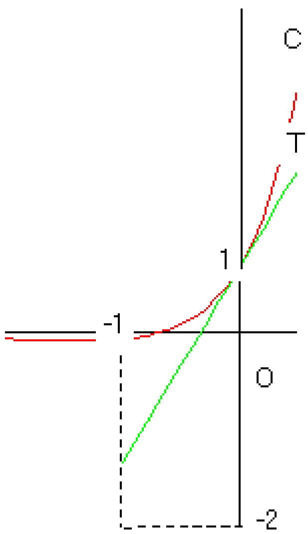
On considère les deux équations différentielles : (1) : $y' = 2y$ et (2) : $y' = y$.

1. Résoudre chacune de ces équations différentielles, sur l'ensemble **R** des nombres réels.

2. Le graphique ci-contre (qu'il est inutile de reproduire) représente une partie de la courbe représentative C d'une fonction f et d'une de ses tangentes T, dans un repère orthonormal.

Cette fonction f est définie sur **R** par : $f(x) = f_1(x) - f_2(x)$,

où f_1 est une solution de l'équation (1) et f_2 une solution de l'équation (2).



2.a. A partir des données lues sur le graphique, donner f(0), puis montrer que la droite T a pour équation $y = 3x + 1$. En déduire f '(0).

2.b. A l'aide des valeurs de f(0) et de f '(0) trouvées à la question précédente, déterminer les fonctions f_1 et f_2. En déduire que, pour tout nombre réel x : $f(x) = 2e^{2x} - e^{x}$.

2.c. Déterminer la limite de f en - oo puis, en mettant e^x en facteur dans l'expression de $f(x)$, déterminer la limite de f en +*oo*.

2.d. Calculer la valeur exacte de l'abscisse du point d'intersection de la courbe C avec l'axe des abscisses.

Exercice 10

Dans une culture de microbes, le nombre de microbes à un instant *t*, exprimé en heures, peut être considéré comme une fonction y à valeurs réelles de la variable *t*.

La vitesse de prolifération à l'instant *t* du nombre des microbes est la dérivée y' de cette fonction.

On a contasté que : $y'(t) = k\,y(t)$,

où *k* est un coefficient réel strictement positif.

On désigne par N le nombre de microbes à l'instant $t = 0$.

1. Déterminer l'unique solution de l'équation différentielle $y' = k\,y$ telle que $y(0)=N$.

2. Sachant qu'au bout de deux heures, le nombre de microbes a quadruplé, calculer, en fonction de N, le nombre de microbes au bout de trois heures.

3. Quelle est la valeur de N sachant que la culture contient 6.400 microbes au bout de cinq heures ?