

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{2}(x + (1-x)e^{2x})$.

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) .
(Unité graphique 2 cm)

1) a) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$

b) Montrer que la droite Δ d'équation $y = \frac{x}{2}$ est asymptote à C .

Etudier la position de C par rapport à Δ .

2) Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et calculer $f'(x)$

3) Soit u la fonction définie sur \mathbb{R} par $u(x) = 1 + (1-2x)e^{2x}$

a) Etudier le sens de variation de u .

b) Montrer que l'équation $u(x)=0$ possède une solution unique α dans l'intervalle $[0,1]$.

Déterminer une valeur décimale approchée par excès de α à 10^{-2} près.

c) Déterminer le signe de $u(x)$ suivant les valeurs de x

4) Etudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation