

Exercice n°1 – 4 points – Commun à tous les candidats

Dans une kermesse un organisateur de jeux dispose de 2 roues de 20 cases chacune.

La roue A comporte 18 cases noires et 2 cases rouges.

La roue B comporte 16 cases noires et 4 cases rouges.

Lors du lancer d'une roue toutes les cases ont la même probabilité d'être obtenues.

La règle du jeu est la suivante :

- Le joueur mise 1 euro et lance la roue A.
- S'il obtient une case rouge, alors il lance la roue B, note la couleur de la case obtenue et la partie s'arrête.
- S'il obtient une case noire, alors il relance la roue A, note la couleur de la case obtenue et la partie s'arrête.

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Soient E et F les événements :

E : « à l'issue de la partie, les 2 cases obtenues sont rouges » ;

F : « à l'issue de la partie, une seule des deux cases est rouge ».

Montrer que $p(E) = 0,02$ et $p(F) = 0,17$.

3. Si les 2 cases obtenues sont rouges le joueur reçoit 10 euros ; si une seule des cases est rouge le joueur reçoit 2 euros ; sinon il ne reçoit rien.

X désigne la variable aléatoire égale au gain algébrique en euros du joueur (rappel : le joueur mise 1 euro).

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Calculer l'espérance mathématique de X et en donner une interprétation.

4. Le joueur décide de jouer n parties consécutives et indépendantes (n désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2).

a. Démontrer que la probabilité p_n qu'il lance au moins une fois la roue B est telle que : $p_n = 1 - 0,9^n$

b. Justifier que la suite de terme général p_n est convergente et préciser sa limite.

c. Quelle est la plus petite valeur de l'entier n pour laquelle $p_n > 0,9$?