Classe de première 8 ***Vendredi 18 janvier 2008***

Devoir de mathématiques n°5

Exercice 1 (8 points)

On appelle f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+3}$, a et b désignant deux constantes réelles , et C la courbe de f .

1. Démontrer que la dérivée de f s'écrit $f'(x)=\dfrac{-ax^2-2bx+3a}{(x^2+3)^2}$.
2. Déterminer les valeurs de a et b pour que C passe par le point $A(1;0)$ et admette en ce point une tangente de coefficient directeur $\dfrac{3}{2}$.

   Dans toute la suite, on prendra $f(x)=\dfrac{6x-6}{x^2+3}$.
3. Etudier les variations de f, tracer son tableau de variation.
4. Donner une équation de la tangente T à la courbe de f en A.
5. Etudier la position de C par rapport à T.
6. Tracer T et C dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unité 1 cm en abscisses, 3 cm en ordonnées.

Exercice 2 (3 points)

Alice se rend au lycée en bus Comme elle n'aime pas trop se lever tôt, elle prend le dernier bus possible. Celui-ci lui permet d'arriver à l'heure 3 fois sur 4 s'il fait beau, mais seulement 1 fois sur 5 s'il pleut. Pour demain, la météo annonce de la pluie avec une probabilité de $\dfrac{3}{4}$.

1. Faire un arbre représentant cette situation.
2. Quelle est la probabilité qu'Alice arrive à l'heure demain matin ?

Exercice 3 (5 points)

On appelle f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3+3x^2-9x+3$ et C sa courbe. Attention, le tracé de courbe n'est pas demandé dans cet exercice.

1. Etudier les variations de f.
2. Montrer que le point $A(-1;14)$ est centre de symétrie de C.
3. Combien l'équation $f(x)=0$ a-t-elle de solutions (on ne demande pas de les déterminer).
4. Donner à l'aide de la calculatrice un encadrement d'amplitude 10^{-2} de la solution de l'équation $f(x)=0$ appartenant à l'intervalle [1 ; 2].
5. Donner l'approximation affine de f au voisinage de $a=-1$. En déduire une valeur approchée de la solution de l'équation $f(x)=13{,}012$.

Exercice 4 (4 points)

Une urne opaque contient 10 boules indiscernables au toucher : 5 noires, 3 rouges et 2 vertes. On en tire une, on note sa couleur, puis on la remet dans l'urne, on tire une deuxième, puis une troisième boule, toujours en remettant la boule tirée.

1. Faire un arbre pour modéliser l'expérience précédente.
2. Donner la probabilité des événements suivants :
   a) Les 3 boules sont de la même couleur
   b) Les boules sont de 3 couleurs différentes.
   c) Au moins une verte a été tirée.