NOM : **Prénom :** **Section :**

TEST MATHEMATIQUES PE1 11/2010 (2h00)

Toutes les réponses seront justifiées. Les calculatrices sont interdites.

Exercice 1 (sur 2) :

On considère les deux nombres $a = 13$ *et* $b = \frac{2}{3}$.

1. Calculer l'inverse A de la somme de a et b.
2. Calculer l'opposé B de la différence de a et b.

Exercice 2 (sur 4) :

1. On décompte de 4 en 4 à partir de 61 tant qu'on obtient un entier naturel : « $61, 57, 53, \ldots$ ». Quel nombre termine cette liste ?
2. On décompte maintenant de 4 en 4 tant qu'on obtient un entier naturel, mais à partir de 9843.
   a. Quel nombre termine cette nouvelle liste ? Justifier la réponse.
   b. Combien comporte-t-elle de termes ?
   c. Quel est le 100^{e} terme ?

Exercice 3 (sur 6) :

1. Parmi les nombres réels suivants, quels sont ceux qui sont décimaux ? Justifier.

$\frac{1}{18}$; $\frac{81}{24}$; $\frac{7}{175}$; $\sqrt{\frac{9}{16}}$

2. Le but de cette question est d'étudier l'écriture décimale périodique de $\frac{1}{7}$.
   a. Poser la division de 1 par 7. En déduire l'écriture décimale périodique de $\frac{1}{7}$.
   b. Donner, en justifiant succinctement, la 32^{e} décimale du développement périodique de $\frac{1}{7}$.

3. Le but de cette question est de produire l'écriture décimale périodique de $\frac{42}{17}$.

En utilisant un tableur pour effectuer la division de 42 par 17 on obtient le tableau ci-contre : à partir de la cellule A2, la colonne A donne les restes successifs de la division de 42 par 17, et à partir de la cellule B2, la colonne B donne les quotients successifs.

	A	B
1	42	17
2	8	2
3	12	4
4	1	7
5	10	0
6	15	5
7	14	8
8	4	8
9	6	2
10	9	3
11	5	5
12	16	2
13	7	9
14	2	4
15	3	1
16	13	1
17	11	7
18	8	6
19	12	4
20	1	7
21	10	0
22	15	5
23	14	8
24	4	8

   a. Donner sans justification la vingtième décimale de l'écriture décimale de $\frac{42}{17}$.
   b. À partir du tableau ci-contre, donner l'écriture décimale périodique de $\frac{42}{17}$.
   c. Expliquer pourquoi on est sûr de retrouver dans la cellule A18 un reste déjà obtenu.

4. On se propose maintenant de retrouver l'écriture fractionnaire du rationnel $a = 1,\overline{23}$ (c'est-à-dire le nombre dont l'écriture décimale périodique est $1{,}232323232323\ldots$). Pour cela, calculer $100a - a$ et en déduire l'écriture de a sous forme fractionnaire irréductible.

NOM : Prénom : Section :

Exercice 4 (sur 4) :

Sur la côte d'une île, il y a deux maisons, disposées comme sur le dessin de l'annexe 1 et désignées par M_1 et M_2.

1. Pour construire un ponton qui doit servir à ces deux maisons, on cherche le meilleur emplacement. Aucun des habitants des deux maisons ne veut être lésé, et il est convenu que le ponton sera situé à égale distance des deux maisons.

Aidez les habitants à trouver l'endroit où construire le ponton. Ce point sera appelé P.

Votre réponse sera dessinée directement à la règle et au compas sur l'annexe 1, et vous donnerez un programme de construction en justifiant pourquoi il garantit l'équidistance des deux maisons.

2. En utilisant exclusivement une règle et un compas, tracez (sur l'annexe 1 en laissant apparents les traits de construction) pour chaque maison le plus court chemin qui part de la maison et va au bord de la mer. Les deux points seront nommés H_1 pour la maison 1 et H_2 pour la maison 2.

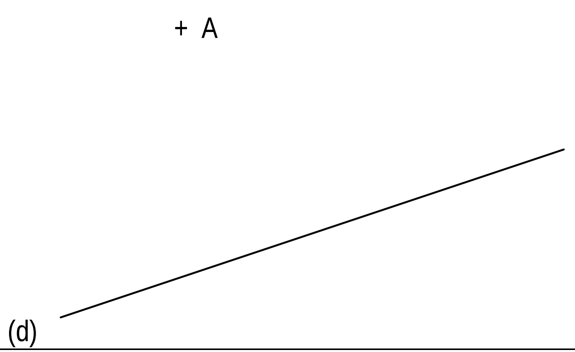
3. Un membre de la maison 1 voudrait aller à la maison 2 en passant par un point I au bord de la mer. Il cherche le plus court chemin possible.

On considère le chemin qui passe par P (constitué des deux segments $[M_1P]$ et $[PM_2]$).

   a. Tracer le point M'_2 symétrique du point M_2 par rapport à la droite (d).
   b. Montrer que le chemin $[PM_2]$ est équidistant au chemin (virtuel) $[PM'_2]$.
   c. En déduire que la longueur totale du chemin $M_1 - P - M_2$ est égale à la longueur du chemin $M_1 - P - M'_2$.
   d. Le chemin passant par P est-il le plus court ? Construire sur la figure le point I pour avoir le plus court chemin possible.

Question complémentaire (sur 4)

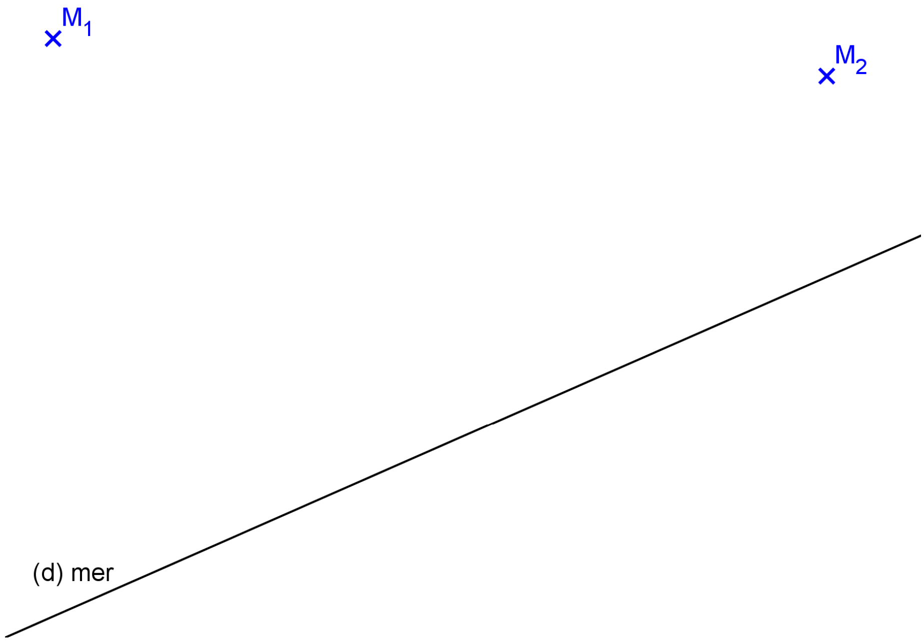
Un maître a donné cet exercice à des élèves de CM2 :

	*1- Sur la droite (d) place un point M qui soit à 5 cm de A.* *2- Existe-t-il un ou plusieurs autres points sur la droite (d) qui soient à 5 cm de A ? Trace-les.* *3- Quel est le point de la droite qui est le plus près de A ? Place-le et nomme le H.*

1. Quelle procédure les élèves peuvent-ils utiliser pour répondre à la deuxième question ?
2. Décrire une procédure correcte accessible à des élèves de l'école primaire pour trouver le point le plus proche du point A.
3. Citer une notion mathématique sous-jacente à l'une des questions de cet exercice.
4. Trois exercices sont donnés en annexe 2 : quel exercice complémentaire choisiriez-vous parmi ces trois pour renforcer cette notion ?

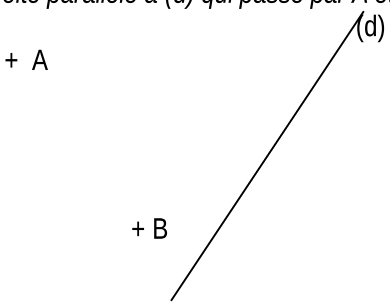
NOM : **Prénom :** **Section :**

Annexe 1

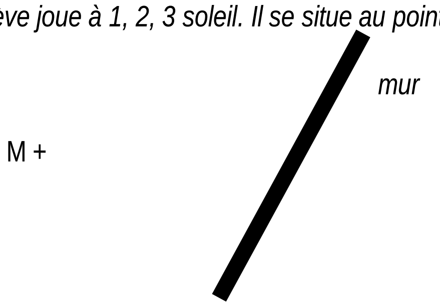


Annexe 2

Ex 1 – *trace une droite parallèle à (d) qui passe par A et une droite perpendiculaire à (d) qui passe par B :*



Ex 2 – *Un élève joue à 1, 2, 3 soleil. Il se situe au point M et doit atteindre le mur, trace le chemin qui sera le plus court.*



Ex 3 – *Combien de points d'intersection un cercle et une droite peuvent-ils avoir ? Trouve tous les cas possibles*.