1ère S – Lycée Privé Saint Louis **le 12/11/2010**
Durée : 2 h

DST de mathématiques n°2

Sujet à joindre à votre copie avec la figure de l'exercice 5 complétée

Question de cours (1 point)

Soient I et J deux intervalles et $u : I \to J$ et $v : J \to \mathbb{R}$ deux fonctions, montrer que si u est croissante sur I et si v est décroissante sur J alors $v \circ u$ est décroissante sur I.

Exercice 1 *(5 pts)*

1) Résoudre l'inéquation $\dfrac{x+2}{3-x} > \dfrac{2}{x}$
2) Résoudre l'inéquation $\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^2 - 4\left(1+\dfrac{1}{x}\right) - 6 \leq 0.$
3) Montrer que le trinôme $7x^2 - 100\,000x + 7$ admet deux racines positives et inverse l'une de l'autre.
4) Déterminer la longueur et la largeur d'un rectangle dont l'aire est 126 m^2 et le périmètre 50 m.

Exercice 2 *(2 pts)*

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{x-3}{|x^2-4|-5}$

1. Déterminer le domaine de définition de f.
2. Exprimer le plus simplement possible $f(x)$ sans valeur absolue, selon les valeurs de x.

Exercice 3 *(3 pts)*

On se propose de résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^3 + 6x^2 + 9x + 4 = 0$

1) Pour cela, il faut effectuer le changement d'inconnue $y = x + 2$
Montrer que résoudre (E) revient à résoudre l'équation (E') : $y^3 - 3y + 2 = 0$
2) a) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout réel y :

$$y^3 - 3y + 2 = (y-1)(ay^2 + by + c)$$

b) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation (E'), puis celles de l'équation (E)

Exercice 4 *(7 pts)*

L'unité de longueur est le centimètre. Un rectangle ABCD a pour côtés AB = 5 et BC = 3.
On place respectivement sur les segments [AB], [BC], [CD] et [DA] les points I, J, K et L tels que:

$$AI = BJ = CK = DL = x.$$

1/ Faire une figure.
2/ Montrer que l'aire du quadrilatère IJKL, notée $f(x)$ est égale à : $2x^2 - 8x + 15$.
3/ Déterminer les réels p et q tels que : $f(x) = 2(x-p)^2 + q$, après avoir précisé l'ensemble de définition de f.
4/ étudier les variations de f , puis tracer sa courbe représentative P dans un plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
5/ Pour quelle valeur de x cette aire est-elle minimale ? Quel est la valeur de ce minimum ?
6/ Soit m un nombre réel <u>positif</u> donné. Utiliser la courbe P pour déterminer, suivant les valeurs de m, le nombre de solutions de l'équation: $f(x) = m$.