Exercice n°3 – 7 points – Commun à tous les candidats

Soit *f* la fonction définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par : $f\left(x\right)=x-2+10e^{-0,5x}$

On note (C) la courbe représentative de la fonction *f* dans un repère orthogonal et (D) la droite d'équation $y=x-2$.

La courbe (C) est partiellement représentée en ANNEXE 2.

Déterminer la limite de la fonction *f* en $+\infty$

On pose $\alpha = 2\ln 5$.

a) Montrer que $f(\alpha)=\alpha$

b) Donner une valeur approchée à 10^{-1} près de α

3) On admet que la fonction *f* est dérivable sur l'intervalle $[0;+\infty[$ et on note *f'* la fonction dérivée de f sur cet intervalle.

a) Calculer $f'(x)$ pour tout x élément de l'intervalle $[0;+\infty[$

b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0;+\infty[$, et dresser le tableau de variations complet de la fonction *f* sur cet intervalle.

4) Justifier que $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f\left(x\right)-\left(x-2\right)\right]=0$ et que, pour tout x de l'intervalle $[0;+\infty[$, $f(x)-(x-2)>0$.

Donner l'interprétation graphique de ces résultats.

5) Sur le graphique donné en ANNEXE 2 (à rendre avec la copie) :

a) Placer le point de la courbe (C) d'abscisse α;

b) Tracer la tangente à la courbe (C) au point d'abscisse α;

c) Tracer la droite (D).

6) On note *A* l'aire (en unités d'aire) du domaine E délimité par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations respectives x = 2 et x = 6.

a) Hachurer sur le graphique, donné en ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)**,** le domaine E, puis exprimer l'aire *A* à l'aide d'une expression faisant intervenir une intégrale.

b) Déterminer la valeur exacte de l'aire *A,* puis en donner la valeur arrondie au centième.

Courbe représentative (C) sur l'intervalle [0; 8] de la fonction *f* définie par :

$f(x) = x - 2 + 10e^{-0,5x}$