

Exercice n°3 – 5 points – Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

(sujet france juin 2007)

Partie A

On considère l'équation (E) $z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = 0$ où z est un nombre complexe.

1) Démontrer que le nombre complexe i est solution de cette équation.

2) Déterminer les nombres réels a , b et c tels que pour tout nombre complexe z on ait : $z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = (z - i)(az^2 + bz + c)$

3) en déduire les solutions de l'équation (E).

Dans le plan complexe, rapporté au repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives i , $2 + 3i$ et $2 - 3i$.

1) Soit r la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{4}$. Déterminer l'affixe du point A', image du point A par la rotation r .

2) Démontrer que les points A', B et C sont alignés et déterminer l'écriture complexe de l'homothétie de centre B qui transforme C en A'.