

EXERCICE 4 (5 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.

On considère l'application f qui à tout point M d'affixe z non nulle associe le point

$$M' = f(M) \text{ d'affixe } z' \text{ tel que : } z' = \frac{z}{|z|}(2 - |z|).$$

Le cercle C_1 , de centre O et de rayon 1 , est représenté sur la figure, donnée en annexe page 6, que l'on complétera au fur et à mesure des questions.

Pour z complexe non nul, on note $z = r e^{i\alpha}$, r étant le module de z et α un argument de z .

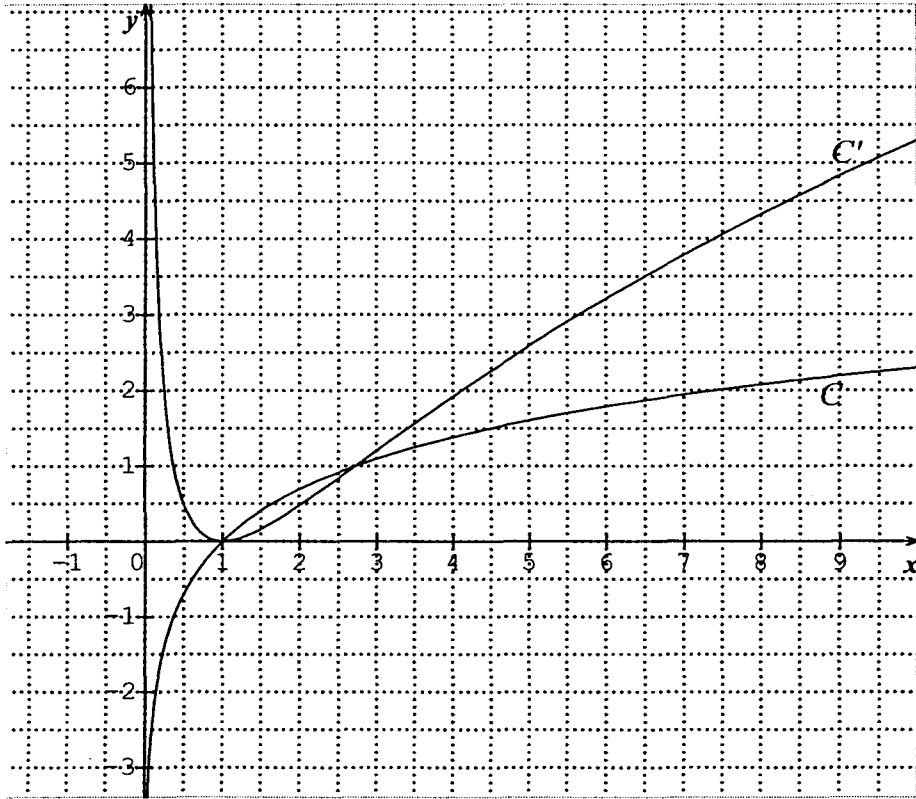
1. Montrer que $z' = (2 - r)e^{i\alpha}$.
2. Déterminer l'affixe a' du point A' , image par f du point A d'affixe $a = 3$.
3. Soit B le point d'affixe $b = -\sqrt{3} + i$.
 - a) Écrire b sous forme exponentielle.
 - b) Déterminer l'affixe b' du point B' , image du point B par f .
4. Placer A , B , A' et B' sur la figure.
5.
 - a) Déterminer l'ensemble E des points M du plan privé du point O dont l'image par f est O .
 - b) Représenter E sur la figure.
6. Montrer que le cercle C_1 est l'ensemble des points M du plan distincts de O tels que $f(M) = M$.
7. Pour cette question, M est un point du plan, distinct de O , n'appartenant pas au cercle C_1 .
On appelle I le milieu du segment $[MM']$ où M' est l'image de M par f .
 - a) Montrer que I appartient à C_1 .
 - b) Montrer que I appartient à la demi-droite $[OM)$.
 - c) Sur la figure donnée en annexe est placé un point nommé M_1 .

Construire le point M'_1 , image par f du point M_1 .

ANNEXE

Cette page sera complétée et remise avec la copie à la fin de l'épreuve.

EXERCICE 3



EXERCICE 4

