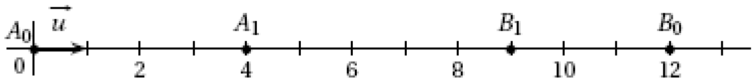
Partie A

On considère les suites de points An et Bn définies pour tout entier naturel n de la manière suivante : sur un axe orienté $(O;\vec{u})$ donné ci-dessous, le point A0 a pour abscisse 0 et le point B0 a pour abscisse 12.



Le point An+1 est le barycentre des points (An , 2) et (Bn , 1), le point Bn+1 est le barycentre des points pondérés (An,1) et (Bn,3).

1. Sur le graphique placer les points A2, B2.

2. On définit les suites (an) et (bn) des abscisses respectives des points An et Bn.

Montrer que : $a_{n+1} = \frac{2a_n + b_n}{3}$

On admet de même que $b_{n+1} = \frac{a_n + 3b_n}{4}$

Partie B

1. On considère la suite (un) définie, pour tout entier naturel n, par un = bn - an.
   a) Montrer que la suite (un) est géométrique. En préciser la raison.
   b) Donner l'expression de un en fonction de l'entier naturel n.
   c) Déterminer la limite de (un). Interpréter géométriquement ce résultat.

2. a) Démontrer que la suite (an) est croissante (on pourra utiliser le signe de un).
   b) Etudier les variations de la suite (bn).

3. Que peut-on déduire des résultats précédents quand à la convergence des suites (an) et (bn) ?

Partie C

1. On considère la suite (vn) définie, pour tout entier naturel n, par vn = 3an +4bn.
Montrer que la suite (vn) est constante.

2. Déterminer la limite des suites (an) et (bn).