

EXERCICE 1**4 points****Commun à tous les candidats**On définit deux suites u et v par $u_0 = 1$, $v_0 = 12$ et pour tout entier naturel n :

$$\begin{cases} u_{n+1} &= \frac{1}{3}(u_n + 2v_n) \\ v_{n+1} &= \frac{1}{4}(u_n + 3v_n) \end{cases}$$

1. On appelle w la suite définie pour tout entier naturel n par : $w_n = v_n - u_n$.
 - a. Montrer que w est une suite géométrique à termes positifs, dont on précisera la raison.
 - b. Déterminer la limite de la suite w .
2.
 - a. Montrer que la suite u est croissante.
 - b. Montrer que la suite v est décroissante.
 - c. En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_0 \leq u_n \leq v_n \leq v_0$.
3. On admet que les suites u et v convergent. Montrer qu'elles ont alors même limite que l'on appellera l .
4. On appelle t la suite définie pour tout entier naturel n par : $t_n = 3u_n + 8v_n$.
 - a. Montrer que t est une suite constante. Déterminer cette constante.
 - b. Déterminer alors la valeur de l .