Exercice 4:
Partie A
On admet que 1999 est un nombre premier.
Déterminez l'ensemble des couples (a ; b) d'entiers naturels admettant pour somme 11 994 et pour PGCD 1999.

Partie B
On considère l'équation (E) d'inconnue n dans **N**: (E) : $n^2 - Sn + 11994 = 0$ où S est un entier naturel.
On s'intéresse à des valeurs de S telles que (E) admette deux solutions dans *IN*.
1: Peut-on déterminer un entier S tel que 3 soit solution de (E)?
Si oui, précisez la deuxième solution.
2: Peut-on déterminez un entier S tel que 5 soit solution de (E)?
3: Montrez que tout n solution de (E) est un diviseur de 11 994.
Déduisez-en toutes les valeurs possibles de S telles que (E) admette deux solutions entières.

Partie C
Comment montrerait-on que 1999 est un nombre premier? Précisez le raisonnement employé.

Exercice 5:
1: Démontrez que si trois entiers relatifs a , b et c sont tels que la somme: $a^3 + b^3 + c^3$ est divisible par 3
alors le somme (a + b + c) est aussi divisible par 3.
2: Démontrez que si ($a^3 + b^3 + c^3$) est divisible par 9 alors l'un au moins des trois nombres a , b , c est divisible par 3.
3 Déterminez une condition nécessaire et suffisante pour que la somme ($a^3 + b^3 + c^3$) soit divisible par 9.

Exercice 6:
1 Déterminez les couples (x ; y) d'entiers naturels tels que: $x^2 - y^2 = 1$.
2: p étant un entier naturel premier, déterminez les couples (x ; y) d'entiers naturels tels que: $x^2 - y^2 = p$.

Exercice 7:
Pour n entier naturel non nul, on note f(n) le nombre de diviseurs entiers naturels de n, 1 et n compris.
1: Que peut-on dire de n si f(n)= 2?
2: Déterminez f(6) et f(10).
3: Décomposez 20 en produit de facteurs premiers. Montrez alors que f(20)=9.
4: Montrez que si n et m sont deux entiers naturels premiers entre eux alors f(n.m) = f(n).f(m)
5: Soit n= $P_1^{a}1.P_2^{a}2....P_k^{a}k$ la décomposition de n en produit de facteurs premiers. Montrez que f(n)=(a_1 + 1).(a_2 + 1).....
(a_k + 1)
6: Que peut-on dire de n si f(n)=3?
