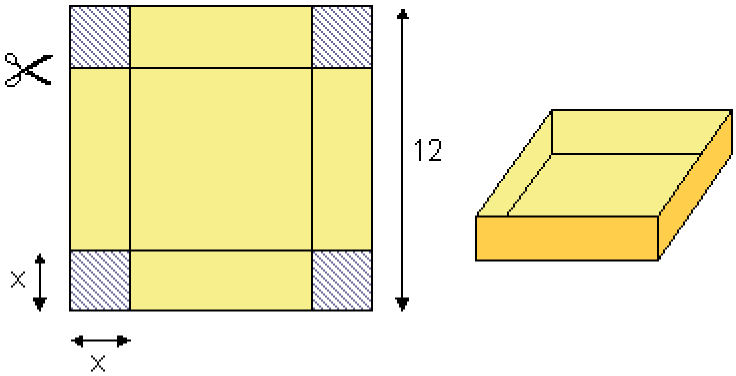
Exercice n°15.

Dans un morceau de carton carré de 12 centimètres de côté, on découpe dans chaque coin des carrés de x centimètres de côté. En relevant les bords, on construit une boîte sans couvercle avec la feuille ainsi découpée.



1) Quel est l'ensemble des valeurs possibles pour x ?

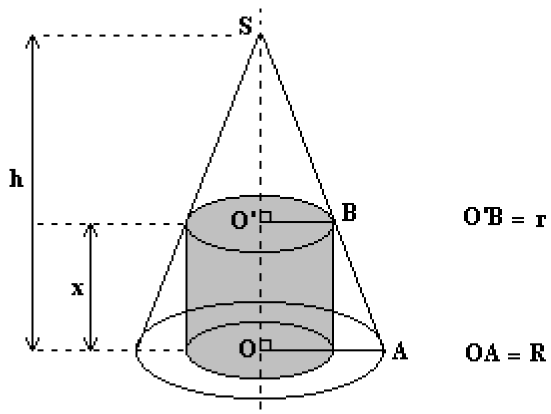
2) Déterminer le volume $V(x)$ de la boîte ainsi obtenue en fonction de x.

3) Étudier les variations de V sur l'intervalle [0;6].

4) En déduire la valeur de x qui rend le volume maximal. Quel est ce volume maximal et quelles sont alors les dimensions de la boîte ?

Exercice n°16. (

On considère un cône de hauteur h, de sommet S, et dont la base est un cercle de centre O et de rayon R. A l'intérieur de ce cône, on creuse un cylindre ayant le même axe que le cône.



On note x la hauteur de ce cylindre, et r le rayon du cercle de base du cylindre.

Le but du problème est de déterminer la hauteur du cylindre pour laquelle le volume de ce cylindre est maximal.

Les questions **1)** et **2)** sont indépendantes.

1) a) Montrer que $r = \dfrac{R(h-x)}{h}$.

b) Montrer que le volume V du cylindre s'exprime en fonction de x, R et h par : $V = \frac{\pi R^2}{h^2}\left(x^3 - 2hx^2 + h^2x\right)$

2) Soit f la fonction définie sur [0,60] par $f(x)=x^3-120x^2+3600x$

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ où 1 cm représente 4 unités sur l'axe des abscisses et 1 cm représente 2000 unités sur l'axe des ordonnées.

a) Etudier les variations de f.

b) Donner les coefficients directeurs des tangentes T_A et T_B à C aux points A et B d'abscisses 0 et 60.

c) Construire T_A, T_B et C.

3) Dans cette partie, on suppose que h = 60 m et R = 30 m.

a) Montrer que le volume du cylindre, exprimé en m^3 , s'écrit $V = \frac{\pi}{4} f(x)$.

b) En utilisant les questions précédentes, déterminer la hauteur x en mètres du cylindre pour laquelle le volume de ce cylindre est maximal.

Calculer alors en m^3 ce volume maximal.