Exercice A9

Une entreprise fabrique des aspirateurs.
Chaque mois elle produit un nombre x d'aspirateurs, x étant un entier compris entre 1000 et 6000.
Le coût moyen de production d'un aspirateur, exprimé en euros, est donné en fonction de x par :
$C_M(x) = 0{,}003x + 60 + \dfrac{48000}{x}$

1°) Justifier que la dérivée de C_M est donnée par $(C_M)'(x) = \dfrac{0{,}003(x - 4000)(x + 4000)}{x^2}$
En déduire le sens de variation de C_M et donner son tableau de variation sur [1000 ; 6000].
Quel est le maximum et le minimum de la fonction C_M sur l'intervalle [1000 ; 6000].

2°) On appelle $C(x)$ le coût total de fabrication de x aspirateurs.
Exprimer $C(x)$ en fonction de x lorsque $x \in [1000 ; 6000]$.
Déterminer le coût total de 1000 aspirateurs, de 1001 aspirateurs.
Quelle est l'augmentation de coût entrainée par la fabrication du $1001_{\text{ème}}$ aspirateur ?

3°) On appelle coût marginal au rang x et on note $C_{marg}(x)$ la différence $C(x + 1) - C(x)$.
Justifier que $C_{marg}(x) = 0{,}006x + 60{,}003$

4°) Justifier que l'erreur que l'on commet en assimilant le coût marginal à la dérivée du coût total est négligeable.