Probabilités conditionnelles

Exercice n°11

Dans un magasin d'électroménager, on s'intéresse au comportement d'un acheteur potentiel d'un téléviseur et d'un magnétoscope.

La probabilité pour qu'il achète un téléviseur est de 0,6.

La probabilité pour qu'il achète un magnétoscope quand il a acheté un téléviseur est de 0,4.

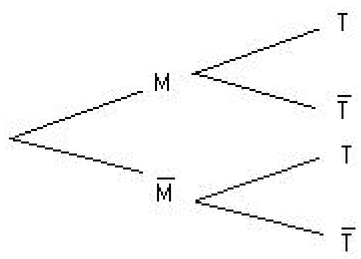
La probabilité pour qu'il achète un magnétoscope quand il n'a pas acheté de téléviseur est de 0,2.

1) Quelle est la probabilité pour qu'il achète un téléviseur et un magnétoscope ?

2) Quelle est la probabilité pour qu'il achète un magnétoscope ?

3) Le client achète un magnétoscope. Quelle est la probabilité qu'il achète un téléviseur ?

4) Compléter l'arbre de probabilité suivant :



Exercice n°12.

On dispose de deux urnes u_1 et u_2.

L'urne u_1 contient trois boules blanches et une boule noire . L'urne u_2 contient une boule blanche et deux boules noires.

On lance un dé non truqué.

Si le dé donne un numéro *d* inférieur ou égal à 2, on tire une boule dans l'urne u_1. Sinon on tire une boule dans l'urne u_2. (On suppose que les boules sont indiscernables au toucher)

1) Calculer la probabilité de tirer une boule blanche.

2) On a tiré une boule blanche. Calculer le probabilité qu'elle provienne de l'urne u_1.

Exercice n°13.

Le quart d'une population a été vacciné contre une maladie contagieuse. Au cours d'une épidémie, on constate qu'il y a parmi les malades un vacciné pour quatre non vaccinés. On sait de plus qu'au cours de cette épidémie, il y avait un malade sur douze parmi les vaccinés.

a) Démontrer que la probabilité de tomber malade est égale à $\frac{5}{48}$

b) Quelle était la probabilité de tomber malade pour un individu non-vacciné ?

c) Le vaccin est-il efficace ?

Variable aléatoire

Exercice n°14.

Une urne contient sept boules : une rouge, deux jaunes et quatre vertes. Un joueur tire au hasard une boule

Si elle est rouge, il gagne 10 € , si elle est jaune, il perd 5 €, si elle est verte, il tire une deuxième boule de l'urne sans avoir replacé la première boule tirée.

Si cette deuxième boule est rouge, il gagne 8 €, sinon il perd 4 €.

1) Construire un arbre pondéré représentant l'ensemble des éventualités de ce jeu.

2) Soit X la variable aléatoire associant à chaque tirage le gain algébrique du joueur (une perte est comptée négativement).

a) Etablir la loi de probabilité de la variable X

b) Calculer l'espérance de X

3) Les conditions de jeu restent identiques. Indiquer le montant du gain algébrique qu'il faut attribuer à un joueur lorsque la boule tirée au deuxième tirage est rouge, pour que l'espérance de X soit nulle.

Exercice n°15.

On considère un dé rouge et un dé vert, cubiques, équilibrés.

Le dé rouge comporte : deux faces numérotées -1 ; deux faces numérotées 0 ; deux faces numérotées 1.

Le dé vert comporte : une face numérotée 0;trois faces numérotées 1;deux faces numérotées 2.

On lance simultanément les deux dés. On note X la somme des points obtenus.

1) Déterminer la loi de probabilité de X.

2) Définir F, fonction de répartition de X et construire sa représentation graphique

Evénements indépendants

Exercice n°16.(correction)

Le tableau suivant donne la répartition de 150 stagiaires en fonction de la langue choisie et de l'activité sportive choisie.

	Tennis	Equitation	Voile
Anglais	45	18	27
Allemand	33	9	18

On choisit un élève au hasard.

1) Les événements « étudier l'allemand » et « pratiquer le tennis » sont-ils indépendants ?

2) Les événements « étudier l'anglais » et « pratiquer la voile » sont-ils indépendants ?

Loi binomiale

Exercice n°17.(correction)

Dans une académie, les élèves candidats au baccalauréat série ES se répartissent en 2003 selon les trois enseignements de spécialité : mathématiques, sciences économiques et sociales et langue vivante.

Nous savons de plus que : 37% des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité mathématiques.

25% des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité langue vivante.

21% des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité mathématiques et ont obtenu le baccalauréat.

32,5% des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité SES et ont obtenu le baccalauréat. De plus, parmi les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité langue vivante, 72,5% ont obtenu le baccalauréat. On interroge un candidat pris au hasard. On note :

M l'événement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité mathématiques » ;

S l'événement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales » ;

L l'événement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité langue vivante » ;

R l'événement « le candidat a obtenu le baccalauréat ».

On pourra faire un arbre pour faciliter la réponse aux questions. Les résultats seront arrondis au millième.

1) Traduire en termes de probabilités les informations numériques données ci-dessus.

2) a) Déterminer la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de SES.

b) Déterminer la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de spécialité langue vivante et ait réussi aux épreuves du baccalauréat.

3) Quelle est la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de spécialité langue vivante et ait échoué au baccalauréat ?

4) Ce candidat a choisi l'enseignement de spécialité mathématiques. Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas obtenu le baccalauréat ?

5) Montrer que le pourcentage de réussite au baccalauréat pour les candidats de ES dans cette académie est 71,6%.

6) On interroge successivement au hasard et de façon indépendante trois candidats.

a) Quelle est la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux soit reçu ?

b) Quelle est la probabilité que deux candidats sur trois exactement soient reçus ?

Exercice18

On utilise deux pièces de monnaie : l'une pipée, de sorte que lorsqu'on la lance, la probabilité d'obtenir pile soit 1/4 ; l'autre normale dont la probabilité d'obtenir pile est 1/2 à chaque lancer.

1) On prend une pièce au hasard (chacune des deux pièces a une probabilité 1/2 d'être prise)

a) Quelle est la probabilité d'obtenir pile ?

b) On a obtenu pile : quelle est la probabilité d'avoir utilisé la pièce pipée.

c) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois pile en faisant trois lancers avec la pièce choisie ?

2) Trois fois on choisit l'une des pièces au hasard qu'on lance (chacune des deux pièces a donc à chaque fois une probabilité 1/2 d'être lancée) : déterminer la probabilité d'obtenir au moins une fois pile

3) On lance les deux pièces ensembles : quelle est la probabilité d'obtenir le même résultat pour les deux pièces ?

Exercice n°19.

On sélectionne les candidats à un jeu télévisé en les faisant répondre à dix questions.

Ils devront choisir, pour chacune des questions, parmi quatre affirmations, celle qui est exacte.

Un candidat se présente et répond à toutes les questions *au hasard*.

On appelle X la variable aléatoire désignant le nombre de réponses exactes données par ce candidat à l'issue du questionnaire.

1) Quelle est la loi de probabilité de X ?

2) Calculer la probabilité pour qu'il fournisse au moins 8 bonnes réponses, et soit ainsi sélectionné.

Exercice n°20.(correction)

Une urne contient 3 pièces équilibrées. Deux d'entre elles sont normales : elles possèdent un côté « Pile » et un côté « Face ». La troisième est truquée et possède deux côtés « Face ».

On prend une pièce au hasard dans l'urne et on effectue de manière indépendante des lancers successifs de cette pièce. On considère les évènements suivants:

B : la pièce prise est normale. $\overline{B}$: la pièce prise est truquée.

P : on obtient « Pile » au premier lancer. F_n: on obtient « Face » pour les n premiers lancers.

1) a) Quelle est la probabilité de l'évènement B ?

b) Quelle est la probabilité de l'évènement P sachant que B est réalisé ?

2) Calculer la probabilité de l'événement $P \cap B$, puis de l'évènement $P \cap \overline{B}$.

En déduire la probabilité de l'évènement P.

3) Calculer la probabilité de l'évènement $F_n \cap B$ puis de l'évènement $F_n \cap \overline{B}$.

En déduire la probabilité de l'évènement F_n .

Exercice n°21

Un sondage est effectué dans un conservatoire de musique.

60 % des élèves pratiquent un instrument à cordes (C) . 45 % des élèves pratiquent un instrument à vent (V)

10 % des élèves pratiquent un instrument à cordes et vent.

1) On choisit un élève au hasard dans le conservatoire.

a) Quelle est la probabilité de l'événement « Cet élève pratique au moins un des instruments considérés »

b) Quelle est la probabilité de l'événement « Cet élève pratique un et un seul des instruments considérés »

2) On choisit au hasard un élève pratiquant un instrument C. Quelle est la probabilité pour que cet élève pratique un instrument V ?

3) Soit n un entier supérieur ou égal à 2. On choisit au hasard n élèves.

On suppose que le nombre d'élèves du conservatoire est suffisamment grand pour que la probabilité de rencontrer un instrumentiste du type donné soit constante au cours du sondage.

a) Quelle est la probabilité p_n qu'au moins un des élèves choisis pratique un instrument C ?

b) Déterminer le plus petit entier n tel que $p_n \geq 0,999$