**Définition 1** : un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10. L'ensemble des nombres décimaux se note $\mathbb{D}$.
**Définition 2** : l'ensemble des nombres pouvant s'écrire sous la forme d'une fraction (c'est-à-dire sous la forme $\frac{a}{b}$, avec $a$ et $b$ entiers) est appelé ensemble des nombres rationnels : on le note $\mathbb{Q}$.
**Propriété 1** : une fraction **irréductible** représente un nombre décimal si et seulement si son dénominateur est de la forme $2^n \times 5^p$, avec $n$ et $p$ entiers naturels.
**Définition 3** : une écriture décimale illimitée d'un nombre est son écriture sous la forme d'un nombre à virgule comportant une infinité de chiffres.
*Remarque* : un nombre décimal a une écriture décimale illimitée qui se termine par une infinité de 0.
**Propriété 2**: une fraction non décimale a une écriture décimale illimitée périodique non réduite à 0.

**Exercice 1 :**

1. Parmi les nombres suivants, lesquels ne sont pas décimaux ? $\frac{13}{5}$ ; $\frac{13}{7}$ ; $\frac{13}{9}$ ; $\frac{13}{26}$ ; $\frac{28}{13}$.
2. Déterminer une écriture décimale illimitée de chacun de ces nombres.

**Exercice 2 :**

On donne $A = \frac{182}{2002}$ et $B = \frac{1680}{275}$.
1. Ecrire $A$ et $B$ sous forme irréductible.
2. Les nombres $A$, $B$, $A + B$ sont-ils des nombres décimaux ?

**Exercice 3 :**

On considère le nombre $x = 3,\overline{703}$, ayant donc comme période « 703 » à trois chiffres.
1. $x$ est-il un nombre décimal ?
2. Calculer $y = 1\ 000\ x - x$.
3. En déduire l'écriture de $x$ sous forme d'une fraction irréductible.
4. Adapter la méthode précédente pour écrire $z = 5,\overline{23}$ sous forme d'une fraction irréductible.

**Exercice 4 :**

Le vendredi 24 janvier 1986, la sonde Voyager-2, lancée en août 1977, « frôlait » à environ 81 000 km la planète Uranus. La sonde de 825 kg se trouvait alors à quelques 3,3 milliards de km de la Terre. La vitesse de la lumière étant d'environ $3\times10^8\ \mathrm{m.s^{-1}}$, donner en heures, minutes et secondes, le temps qu'un signal lumineux envoyé par la sonde le 24 janvier 1986 mettait pour parvenir jusqu'à la Terre.

**Définition 4** : soient $x$ un nombre, $a$ une approximation de $x$.
On appelle erreur absolue commise en remplaçant $x$ par $a$ le nombre $e_a = |x - a|$ (c'est-à-dire $x - a$ si $x - a \geq 0$, $a - x$ si $x - a \leq 0$).
On appelle erreur relative commise en remplaçant $x$ par $a$ le nombre $e_r = \frac{e_a}{x}$

**Exercice 5 : 1 € = 119,33 XPF**
Un prix en euro est arrondi à deux chiffres après la virgule, un prix en francs pacifique est arrondi à l'unité.
1. Calculez en XPF la valeur des billets suivants : 5 €, 20 €, 50 €, 500 €.
Quelle remarque peut-on faire entre 5, 50 et 500 € ?
2. Calculez le taux de change XPF/€ en l'arrondissant à 5 chiffres après la virgule. Calculez la valeur en euro de 1000 XPF, 5000 XPF et 10 000 XPF.
3. « Pour avoir la valeur en euro d'un prix en francs, il suffit d'enlever les deux derniers chiffres du nombre et d'enlever 20% ». Traduire cette phrase en écriture algébrique. Qu'en pensez-vous ?
Pour une somme de 100 000 XPF, quelle est l'erreur absolue commise ? Quelle est l'erreur relative ?
4. Ecrire un procédé identique pour passer des euros aux francs.
Pour une somme de 5 000 €, quelle est l'erreur absolue commise ? Quelle est l'erreur relative ? Comment expliquer la différence d'erreur relative par rapport à la question 3 ?

**Exercice 6 :** Question complémentaire (Aix-Marseille, Corse, Montpellier, Nice, La Martinique, 2001)
L'annexe ci-dessous présente 4 situations permettant d'introduire la relation d'ordre sur les décimaux au cours de la 2e année du cycle des approfondissements.
La situation 1 est extraite *de maths Outil, CM,* Collection Ecoles, Magnard, 1996.
La situation 2 est extraite de *maths, cycle des approfondissements, CM1,* Collection Quadrillage Hachette 1997.
La situation 3 est extraite de *Maths en flèche, CM2,* Collection Diagonale, Nathan 1994.
Il s'agit de les comparer quant à leur qualité didactique et à leur mise en place pédagogique.

1. Ordonner les nombres décimaux suppose qu'on a déjà défini ce qu'est un nombre décimal.
   a. Rappelez quelles sont les écritures équivalentes des nombres décimaux qu'est capable d'utiliser un élève.
   b. Au cours des années antérieures, en mathématiques, sur quoi portaient les activités de comparaison de nombres ?
2. Toutes les situations, sauf une, abordent directement les écritures décimales. Quelle est la situation qui fait exception ? Indiquez pourquoi et donnez les avantages et les inconvénients.
3. Chacune des situations pose un problème, qui, pour être résolu, utilise la relation d'ordre sur les décimaux. Les problèmes relèvent soit d'un **rangement** des données (entre elles, sans référent fixe) soit d'une **comparaison à un référent fixe** explicité ou non, lequel tient lieu de limite.
Quelles sont les situations qui conduisent à ranger les données ?
Quelles sont celles qui posent un problème de comparaison à un référent fixe ?
Précisez la valeur numérique de ce référent.
4. Seule la situation 4 présente un décimal ayant 4 chiffres après la virgule.
   a. Combien aurait-on de chiffres après la virgule si le 3e fondeur était allé jusqu'au milligramme ?
   b. Dans quelles parties du programme, à votre avis, l'enfant de l'école élémentaire peut-il être amené à rencontrer des décimaux ayant une partie décimale plus longue ? Illustrez votre réponse avec des exemples.
5. A l'école élémentaire, au cours d'une séance de saut en hauteur, le maître annonce à l'enfant : « Tu as sauté un mètre huit ».
A quelle écriture numérique cela correspond-il ?
Quel(s) problème(s) peut poser l'oralisation dans la construction des décimaux ?

## Annexe

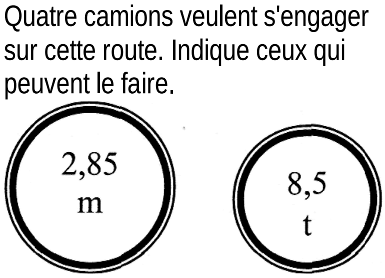
***Situation 1***
Des chaussures de tennis existent en deux modèles :
Modèle garçon 85,10 €
Modèle fille 85,75 €.
Quel est le modèle le plus cher ?

***Situation 2 :* le 100 m hommes**
Lors des jeux olympiques d'Atlanta, aux Etats-Unis, les 3 premiers concurrents de la finale du 100 m hommes ont établi les temps suivants :

| | |
|---|---|
| D. Bailey | 9.84 |
| A. Boldon | 9.90 |
| F. Fredericks | 9.89 |

Etablis le classement des trois premiers concurrents.
Ces 3 concurrents ont-ils couru en plus ou en moins de 10 secondes ?
Au cours d'une seconde course, les trois premiers concurrents établissent les temps suivants : 9.91, 9.903 et 9.9. Retrouve la position de chacun.

***Situation 3***
Quatre camions veulent s'engager sur cette route. Indique ceux qui peuvent le faire.




| | poids | hauteur |
|---|---|---|
| I | 8 702 kg | 279cm |
| II | 8,5 t | 3m 84 cm |
| III | 7,98 t | 280 cm |
| IV | 8 400 kg | 2m 80 cm |

***Situation 4***
Le partage possible le plus avantageux ?
Un lingot d'or de 1 kg doit être partagé entre 7 brigands. Pour cela, on consulte 4 fondeurs qui proposent chacun leur solution au problème.
Le premier dit : « Je préparerai 7 parts de 0,142 kg chacune »
Le deuxième annonce : « C'est simple ; chacun récupère 0,15 kg »
Le troisième propose : « J'essaierai de séparer 7 parts égales de 0,1428 kg »
Le quatrième promet 7 parts de 0,14 kg.
Quelle est la meilleure solution pour les brigands ?