Définition 1 : un nombre irrationnel est un nombre ne pouvant pas s'écrire sous la forme d'une fraction. L'ensemble des nombres rationnels ou irrationnels est appelé ensemble des nombres réels : on le note $\mathbb{R}$.
Définition 2 : soit n un nombre entier naturel. On appelle racine carrée de n le nombre positif dont le carré est égal à n. Ce nombre est noté $\sqrt{n}$.
Propriété (admise) : soit n un nombre entier naturel qui n'est pas un carré.
Le réel $\sqrt{n}$ est irrationnel.

Exercice 1 :
Déterminer l'ensemble ***le plus petit*** *parmi* $\mathbb{N}$, ID, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$ *auquel appartiennent les nombres* A, B, C, D, E, F.

$A = \dfrac{56}{21}$; $B = \sqrt{4}$; $C = \dfrac{14}{9}$; $D = \dfrac{92}{25}$; $E = \sqrt{18}$ $F = \dfrac{42}{6}$

Exercice 2 :
Dans cet exercice, l'unité de mesure est le dm.
1. Construire un carré $ABCD$ de côté 1. Représenter géométriquement un segment dont la mesure de longueur est $\sqrt{2}$ à l'aide de ce carré.
2. Construire avec le compas le point E de la demi-droite $[AB)$ tel que $AE = \sqrt{2}$. La parallèle à (ED) passant par B coupe (AD) en F. Calculer AF.
3. On note I le milieu de $[AE]$. Que peut-on dire du triangle AIF ?
4. Calculer DE.
5. Construire sur la figure précédente avec une règle non graduée et un compas un point H tel que :
   - le triangle DHE soit rectangle en D,
   - $EH = \sqrt{5}$.

Exercice 3 :
On donne le programme de construction suivant :
- Tracer le cercle (C) de centre O et de rayon $R = 1$ dm.
- Tracer deux diamètres perpendiculaires $[AC]$ et $[BD]$.
- Tracer un cercle (C') de diamètre $[OA]$. On note I son centre
- Tracer la droite (BI), qui coupe (C') en E et F.
- Tracer les 2 cercles (C_1) et (C_2) de centre B et de rayons BE et BF. Les cercles (C_1) et (C_2) coupent (C) en 4 pts D_1, D_2, D_3, D_4.

On admet que les points D, D_1, D_2, D_3, D_4 forment alors un pentagone régulier.
1. Faire la construction de ce pentagone régulier à la règle et au compas, puis construire le décagone régulier $DE_1D_1E_2D_2E_3D_3E_4\ D_4E_5$. Que peut-on dire du point E_3 ?
2. Calculer la longueur du côté du décagone régulier construit précédemment. Comparer ce résultat à la mesure trouvée sur la figure.

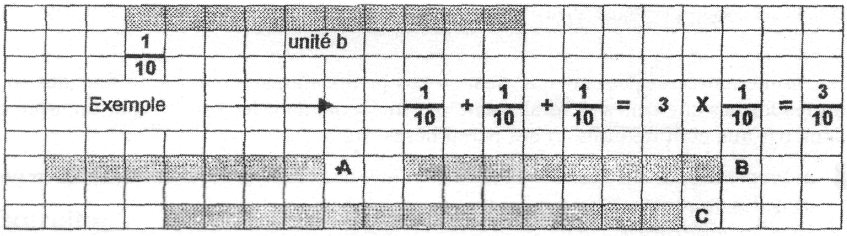
Exercice 4 :
On considère un rectangle R_1, dont les dimensions sont $l_1 = 1$ et $L_1 = 5$ (dans une unité quelconque).
A partir de ce rectangle, on en fabrique un autre de cette façon :
On prend pour une des deux dimensions du nouveau rectangle R_2 la moyenne arithmétique des dimensions du rectangle précédent. L'autre dimension est calculée de telle sorte que l'aire de R_1 soit égale à celle de R_2.
1. Appliquez cette règle et exprimez sous forme de fractions irréductibles les dimensions l_2 et L_2 du rectangle R_2 ainsi obtenu.
2. Appliquez cette règle une seconde fois au rectangle R_3 et exprimez les dimensions l_3 et L_3 sous forme de fractions irréductibles.
3. Donnez les arrondis au millième de l_3 et L_3.
4. Calculez sous forme irréductible la moyenne de l_3 et L_3.
5. Construisez (si vous ne l'avez pas déjà fait !), les trois rectangles R_1, R_2, R_3. Devinez (on ne demande pas de preuve) de quelle forme géométrique va se rapprocher le rectangle R_4.
6. Donnez la plus grande valeur de n pour que la phrase « la moyenne arithmétique de l_3 et L_3 est une valeur approchée de racine carrée de 5 à 10^{-n} près » soit vraie.

Exercice 5 : Question complémentaire (La Réunion, 2004)

On donne les trois documents suivants : le document A est extrait du manuel *Diagonales*, éditions Nathan, les documents B et C sont des productions d'élève (Aurélie et Virginie).

1. Situer les documents A, B, C dans les programmes.
2. Quel est l'intérêt de proposer une bande unité pour effectuer le mesurage d'un segment ou d'une bande ?
3. Rétablir la chronologie des trois activités correspondant aux trois documents. Justifier.
4. Caractériser les modèles pédagogiques mis en œuvre dans chacun des documents.
5. Dans le document B, commenter la production d'Aurélie pour le point H.

Document A



a. La bande b est utilisée comme unité de longueur. Elle a été partagée en dixièmes. Écris la mesure de chaque bande en prenant b pour unité de longueur.

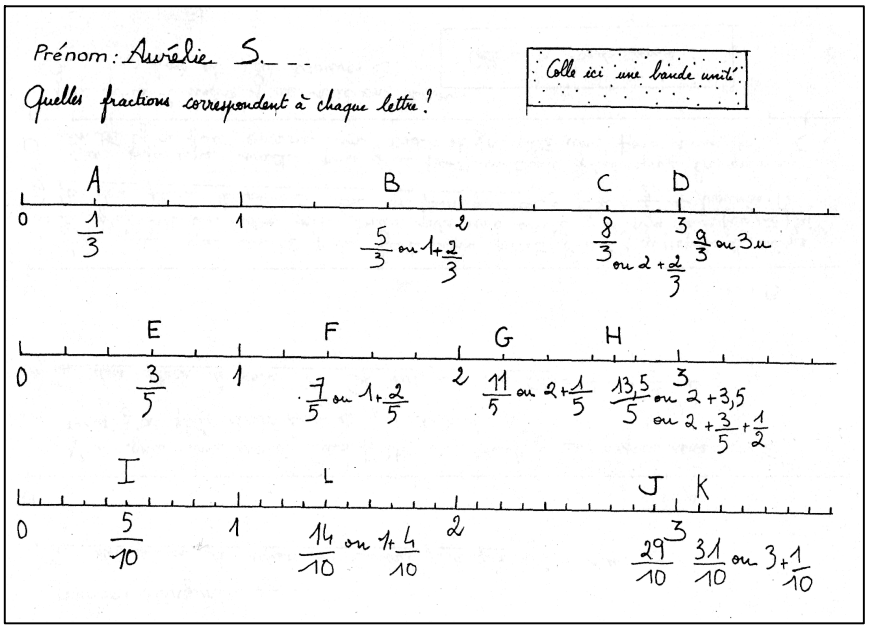
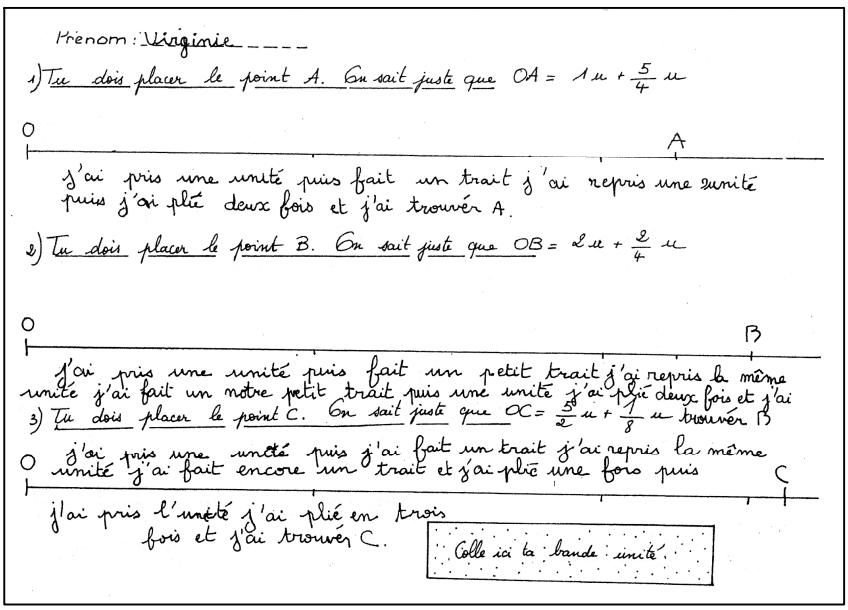
b. Construis une bande D dont la mesure est $\frac{19}{10}$.

Construis une bande E mesurant $1 + \frac{3}{10}$.

c. Construis une bande F dont la mesure est comprise entre 2 et 3.

Extrait du manuel *Diagonale*, Éditions Nathan.

Document B



Document C