Corrigé de l'énigme 3

Enigme n° 3 : Fort Boyard

La clé de l'énigme réside dans la remarque suivante : en deux coups successifs du maître du jeu, suivi du concurrent, le concurrent peut toujours se débrouiller pour que le total des bâtonnets enlevés en deux coups soit égal à 4.

En effet, si le maître du jeu enlève 3 bâtonnets, le concurrent en enlève 1 seul : cela fait bien 4.

Si le maître du jeu enlève 2 bâtonnets, le concurrent en enlève 2 : cela fait encore 4.

Si le maître du jeu enlève 1 seul bâtonnet, le concurrent en enlève 3 : cela fait toujours 4.

Or une position gagnante pour le concurrent lorsqu'il a joué est évidemment obtenue quand il reste 1 bâtonnet. D'après la remarque précédente, une autre position gagnante pour le concurrent lorsqu'il a joué sera obtenue quand il reste $1 + 4 = 5$ bâtonnets, et plus généralement, en réitérant le procédé, lorsqu'il restera $1 + 4k$ bâtonnets après que le concurrent ait joué.

Conséquence : s'il reste 6 bâtonnets, et que c'est au concurrent de jouer, il va enlever 1 bâtonnet, de manière à se retrouver dans la position gagnante $1 + 4 = 5$.

S'il reste 11 bâtonnets, et que c'est au concurrent de jouer, il va enlever 2 bâtonnets, de manière à se retrouver dans la position gagnante $1 + 4\times 2 = 9$.

S'il y a 20 bâtonnets, et que c'est au concurrent de jouer, il va enlever 3 bâtonnets, de manière à se retrouver dans la position gagnante $1 + 4\times 4 = 17$. Après, il n'a plus qu'à enlever le complément à 4 de chaque coup du maître du jeu, de manière à obtenir les positions gagnantes 13, 9, 5 et enfin 1.

Plus généralement, le concurrent sera dans une position gagnante au début du jeu (**lorsque c'est lui qui commence)**, à condition que le nombre n de bâtonnets n'ait pas 1 comme reste dans la division euclidienne par 4, c'est-à-dire lorsque $n = 4k + 3$, $n = 4k + 2$, ou $n = 4k$. Par contre, si $n = 4k + 1$, la position est perdante, à condition que le maître du jeu joue en appliquant la bonne stratégie du complément à 4 de chaque coup du concurrent.

Remarque: ce type de « jeu », dont l'issue est connue dès le départ à condition d'appliquer la bonne stratégie, est appelé jeu de NIM. Il en existe de multiples variantes, en général beaucoup plus compliquées que celle qui a été présentée ici.

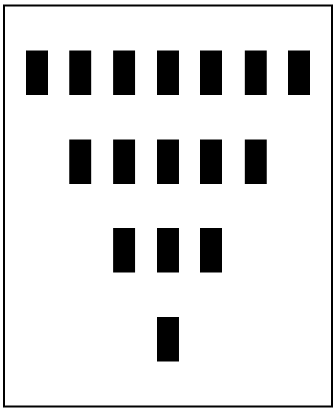
Voici une de ces variantes, qui peut aussi se jouer avec des allumettes (le joueur qui commence est sûr de gagner en appliquant la bonne stratégie : laquelle ?).

Nombre de joueurs : 2

Équipement : 1 plateau avec 16 bâtonnets disposés sur 4 rangées de 7, 5, 3 et 1 bâtonnets.

Objectif du jeu et fin de partie : Obliger l'adversaire à ôter le dernier bâtonnet.

Mécanisme du jeu : Au début de la partie, les 16 bâtonnets sont disposés suivant le schéma ci-contre :



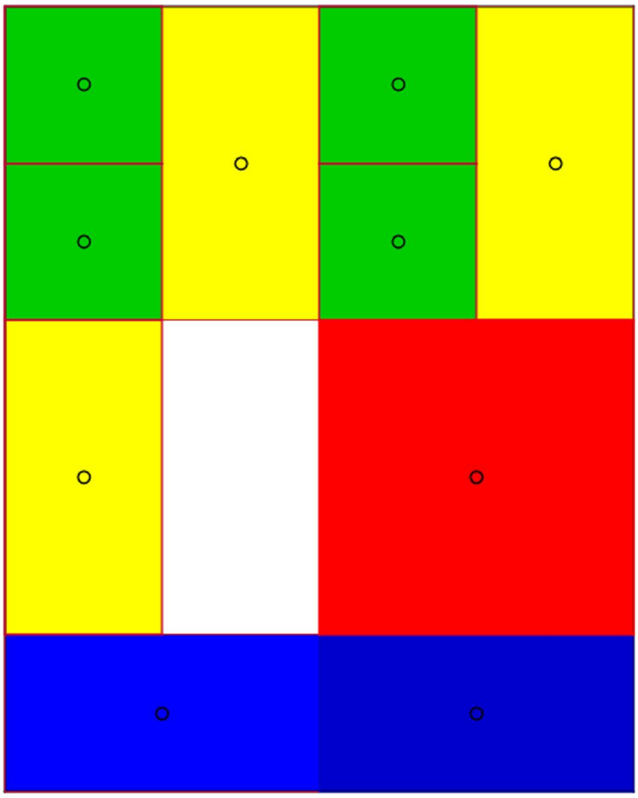
- On tire au sort celui qui commence.
- A son tour, chaque joueur doit enlever un ou plusieurs bâtonnets <u>sur la même ligne</u>.

Défi n°3 (Ane rouge 4) : le nombre de coups minimal trouvé est de

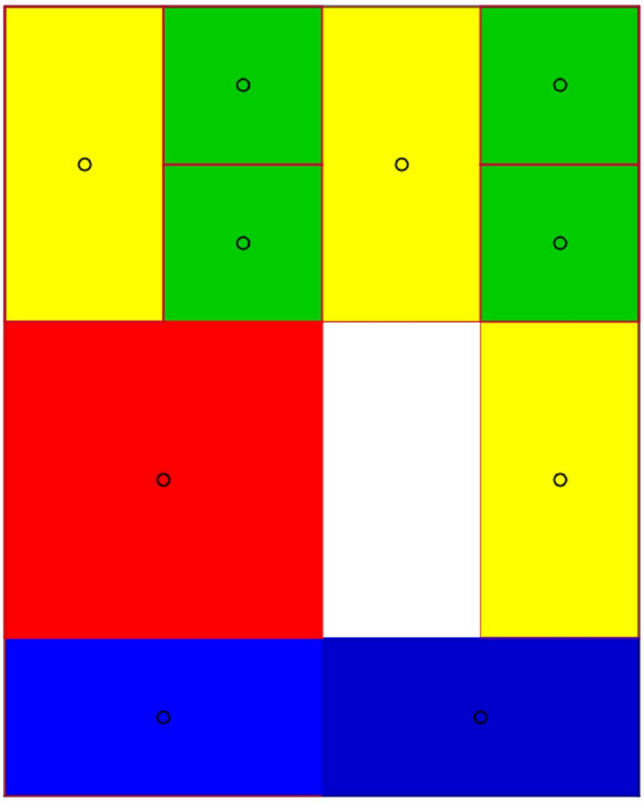
21 coups.

avec les deux étapes intermédiaires suivantes :

6 coups



15 coups



21 coups suffisent !

Bravo les PE1 B !