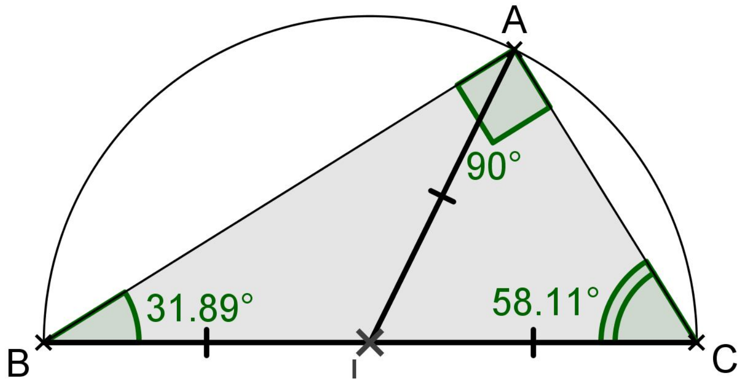
Les configurations et théorèmes de base

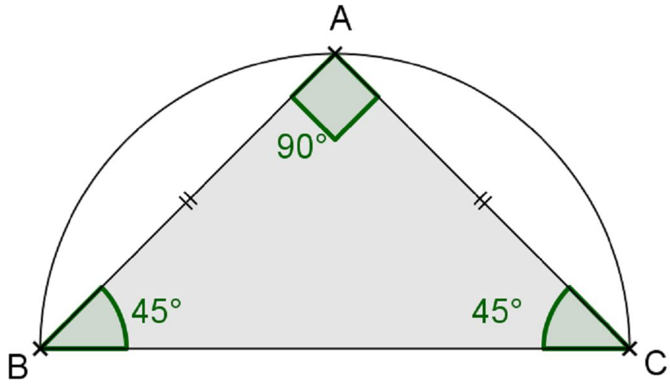
1. Configuration du triangle rectangle (demi-rectangle)



- $\widehat{BAC}$ est un angle droit.
- $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ sont complémentaires
- $[BC]$ est un diamètre, $[IA]$ est un rayon du cercle circonscrit à ABC,.
- $IA = IB = IC$

Théorème de Pythagore : si un triangle ABC est rectangle en A,
alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$. <u>une preuve ?</u>
Réciproque : si, dans un triangle ABC, on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$,
alors le triangle ABC est rectangle en A.

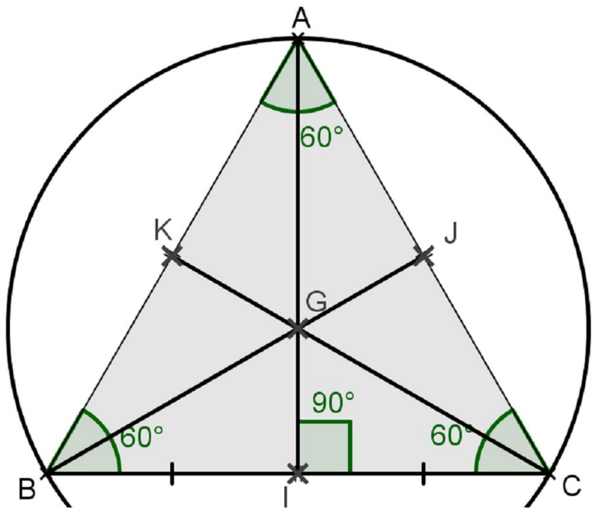
2. Configuration du triangle rectangle isocèle (demi-carré)



- $\widehat{BAC}$ est un angle droit.
- $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 45°$
- $[BC]$ est un diamètre, $[IA]$ est un rayon du cercle circonscrit à ABC,.
- $IA = IB = IC$

Théorème : $BC = AB\times\sqrt{2}$, $IA = AB\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

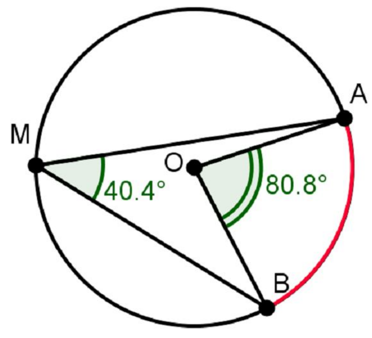
3. Configuration du triangle équilatéral



- $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 60°$.
- $AB = AC = BC$.
- $[BC]$ est un diamètre, $[IA]$ est un rayon du cercle circonscrit à ABC,.
- $IB = IC = JC = JA = KA = KC$.

Théorème : $AI = BJ = CK = AB\times\frac{\sqrt{3}}{2}$.

4. Configuration du cercle inscrit

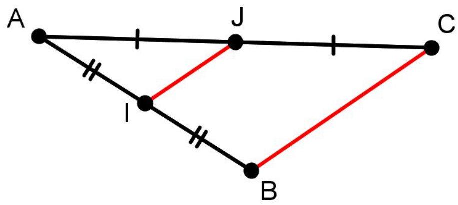


Définition : on appelle angle inscrit dans un cercle de centre O tout angle coupant le cercle en A et B et dont le sommet M est un point du cercle. L'angle $\widehat{AOB}$ est appelé angle au centre.

Théorème 1 : Si l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ intercepte le même arc que l'angle au centre $\widehat{AOB}$, alors $\widehat{AOB} = 2\ \widehat{AMB}$.

Théorème 2 : Si $[AB]$ est un diamètre d'un cercle et M un point de ce cercle, alors le triangle AMB est rectangle en M.

5. Configuration des milieux

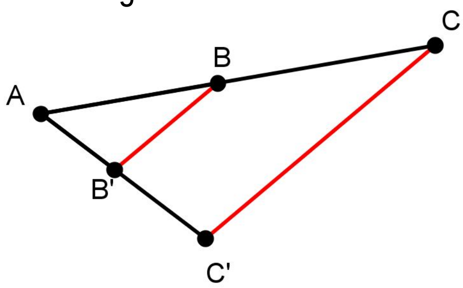


- ABC est un triangle,
- I est le milieu de $[AB]$,
- J est un point de la droite (AC).

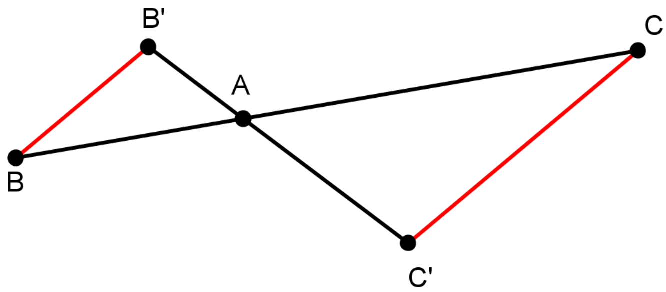
Théorème des milieux : Si (IJ) est parallèle à (BC), alors J est le milieu de $[AC]$.
Réciproque : si J est le milieu de $[AC]$, alors (IJ) est parallèle à (BC).

Remarque : dans les deux cas, on peut aussi conclure que $BC = 2\ IJ$.

6. Configurations de Thales



Configuration triangle



Configuration papillon

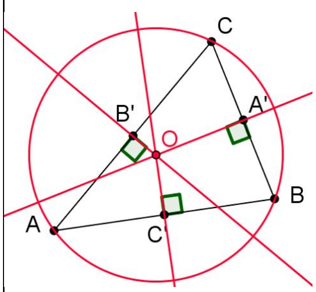
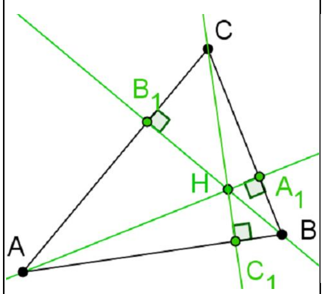
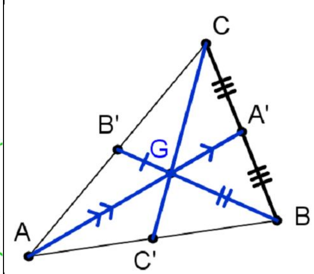
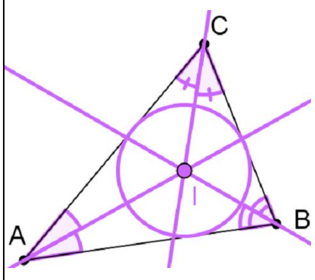
- A, B, C sont trois points alignés,
- B', C' sont deux autres points, avec A, B', C' alignés dans le même ordre que A, B, C.

Théorème de Thales : Si (BB') est parallèle à (CC'), alors $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{AC'}{AB'}$.

Réciproque : si $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{AC'}{AB'}$, alors (BB') est parallèle à (CC').

Remarque : dans les deux cas, on peut aussi conclure que $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{AC'}{AB'} = \dfrac{CC'}{BB'}$.

7. Configurations des droites du triangle

	Médiatrices	Hauteurs	Médianes	Bissectrices
Configuration				
Théorème et définition	**Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes au point O centre du cercle circonscrit du triangle**	**Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes au point H appelé orthocentre du triangle**	**Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes au point G situé aux 2/3 de chaque médiane, et appelé centre de gravité du triangle**	**Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes au point I centre du cercle inscrit du triangle**