Corrigé de l'énigme 2

1. Ce n'est pas vraiment évident, même après plusieurs essais...
2. On peut écrire n sous la forme $\underline{cdu}$, où c, d, u désignent des chiffres.

On a alors $n = c\times100 + d\times10 + u$, et $N = u\times100 + d\times10 + c$. On peut supposer $c \geq u$ (le magicien indiquera donc le plus grand nombre).

a. On a alors $n \geq N$, d'où $D = n - N$, d'où $D = 100c + 10d + u - (100u + 10d + c)$.

Après calcul, on obtient $D = 99c - 99u$, d'où $D = 99(c - u)$. (ceci a déjà été vu dans le défi1).Or $c - u$, étant la différence positive (car $c \geq u$) de deux chiffres, est compris entre 0 et 9.
Il existe exactement 10 multiples de 99 qui conviennent, qui sont $0, 99, 198, 297, 396, 495, 594, 693, 792, 891$.
On constate que le chiffre des unités de D est toujours différent, et que $c - u$ est le complément à 10 de ce chiffre des unités. On en conclut que donner le dernier chiffre de D permet de connaître $c - u$.
Par exemple, si le public annonce le chiffre 9 le magicien sait tout de suite que $c - u = 1$.

b. De même, on a $S = n + N$, d'où $S = 100c + 10d + u + (100u + 10d + c)$.

Après calcul, on obtient $S = 101c + 20d + 101u$, d'où $S = 101(c + u) + 20d$.
Or $20d$ est un multiple de 20, c'est à dire un nombre entier dont le chiffre des unités est 0, et dont le chiffre des dizaines est pair. Cela donne l'idée de regarder le chiffre des unités de $101(c + u)$, qui sera le même que celui de S, et son chiffre des dizaines, qui aura la même parité que celui de S, d'après la remarque précédente.
Or $(c + u)$ est un nombre entier compris entre 0 et 18. Les 18 multiples de 101 qui conviennent pour $101(c + u)$ sont $0, 101, 202, 303, 404, 505, 606, 707, 808, 909, 1010, 1111, 1212, 1313, 1414, 1515, 1616, 1717, 1818$: on constate que le chiffre des unités de $101(c + u)$ est toujours différent, dans le cas où le chiffre des dizaines est pair, et qu'il est toujours différent également dans le cas où le chiffre des dizaines est impair.
On en conclut que donner les deux derniers chiffres de S permet de connaître $c + u$.
Par exemple, si le public annonce le nombre 73, le magicien sait tout de suite que $c + u = 13$. Mais il sait aussi que $2d$ est égal soit à 6, soit à 16 (car $2d$ est compris entre 0 et 18 puisque d est un chiffre), c'est-à-dire que $d = 3$ ou $d = 8$.

c. Conclusion, avec l'exemple ci-dessus (le public a donné successivement 9, puis 73).

Le magicien sait que $c - u = 1$, que $c + u = 13$, d'où, par addition des deux équations, $2c = 14$, d'où $c = 7$ et $u = 6$.
Il sait d'autre part que $d = 3$ ou $d = 8$.
Il annonce un des deux nombres solutions, par exemple 786. Si c'est le bon, il ne dit pas qu'il y a une autre solution possible... Si ce n'est pas le bon, il dit par exemple : « Bien sûr, j'aurais dû m'en douter ! C'est donc 736 ! ».

Défi n°2 : le nombre de coups minimal qui a été trouvé pour passer de la position initiale à la position finale est de

20 coups.

Bravo à ceux qui ont réussi, mais aussi à tous ceux qui ont essayé !