67 Antilles–Guyane juin 2005

Retour au tableau

1. **1.** Déterminer suivant les valeurs de l'entier naturel non nul n le reste dans la division euclidienne par 9 de 7^n.

2. Démontrer alors que $(2\,005)^{2\,005} \equiv 7\ (9)$.

2. **1.** Démontrer que pour tout entier naturel non nul

$$n\ :\ (10)^n \equiv 1\ (9).$$

2. On désigne par N un entier naturel écrit en base dix, on appelle S la somme de ses chiffres. Démontrer la relation suivante : $N \equiv S\ (9)$.

3. En déduire que N est divisible par 9 si et seulement si S est divisible par 9.

3. On suppose que $A = (2\,005)^{2\,005}$; on désigne par :

- B la somme des chiffres de A ;
- C la somme des chiffres de B ;
- D la somme des chiffres de C.

1. Démontrer la relation suivante : $A \equiv D\ (9)$.

2. Sachant que $2\,005 < 10\,000$, démontrer que A s'écrit en numération décimale avec au plus 8 020 chiffres. En déduire que $B \leqslant 72\,180$.

3. Démontrer que $C \leqslant 45$.

4. En étudiant la liste des entiers inférieurs à 45, déterminer un majorant de D plus petit que 15.

5. Démontrer que $D = 7$.