

EXERCICE

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$ et pour tout entier n : $u_{n+1} = \frac{5u_n + 8}{u_n + 3}$

1) Soit f la fonction définie sur $] -3 ; +\infty [$ par $f(x) = \frac{5x + 8}{x + 3}$

étudier f (dérivée , limites , tableau de variations)

Dans un repère orthonormé , tracer la courbe C_f et la droite Δ d' équation $y = x$

construire les premiers termes de la suite (u_n) , que peut on conjecturer ?

2) Montrer que pour tout entier n : $0 < u_n < 4$

3) étudier le sens de variation de la suite (u_n)

4) que peut on en conclure ?

5) déterminer la limite de (u_n)

6) soit (v_n) la suite définie par $v_n = \frac{u_n - 4}{u_n + 2}$

montrer que (v_n) est géométrique , exprimer (v_n) en fonction de n

7) exprimer (u_n) en fonction de (v_n)

retrouver la limite de (u_n)

8) reprendre l' exercice avec $u_0 = 8$ et pour tout entier n : $u_{n+1} = \frac{5u_n + 8}{u_n + 3}$