

EXERCICE 1

On définit la suite  $(u_n)$  par :  $u_1 = 1$  et pour tout  $n \geq 1$   $u_{n+1} = 2u_n + 1$

1) calculer les 6 premiers termes de la suite

2) Démontrer par récurrence que pour tout  $n \geq 1$   $u_n = 2^n - 1$

EXERCICE 2

On définit la suite  $(u_n)$  par :  $u_0 = 2$  et pour tout  $n \geq 0$   $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$   
montrer que la suite est bornée par 1 et 2

EXERCICE 3

1) résoudre l' inéquation  $2n^2 \geq (n+1)^2$

2) démontrer par récurrence que pour tout  $n \geq 4$  :  $2^n \geq n^2$

EXERCICE 4

pour un entier  $k \geq 1$  on note  $k!$  le produit des  $k$  premiers entiers non nuls

$$k! = 1 \times 2 \times 3 \dots (k-1) \times k$$

Démontrer par récurrence que pour tout  $n \geq 1$  :  $\sum_{k=1}^n k \times k! = (n+1)! - 1$