

Examen décembre 06.
Calculatrices interdites

SECONDES

durée :3h

MATHEMATIQUES

La notation tiendra compte de la clarté de la rédaction et de la rigueur des justifications.

Exercice 1 (6 = 1,5+1,5points+1,5+1,5)

A. Résoudre le système suivant dans IR :

$$\begin{cases} |1 + 3x| - 1 \geq 4 \\ \frac{7}{4}x - \frac{2x-5}{10} \leq \frac{25x+2}{5} + 7 \end{cases}$$

B. Comparer les réels $A = \frac{1,00000001}{0,99999999}$ et $B = \frac{2,00000003}{1,99999997}$.

C Résoudre dans R l'équation suivante :

$$-4\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = (3x + 5)(x + 1) - (3x + 3)(2 - 2x)$$

D. Donner l'ensemble de définition de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1}{-x^2 + 3x} - \sqrt{12 - 3x} + \frac{1}{\sqrt{x - 2}}$$

\ **Exercice 2** (5,5 points = 0,25+(0,5*2 + 0,75+0,5)+1+(0,25+0,5)+(0,75 +1))

Soit f la fonction définie par $f(x) = x + \frac{9}{x}$.

- Quel est son ensemble de définition ?
- Calculer l'image de $-\sqrt{2} - 1$ et donner le résultat sous forme $a + b\sqrt{2}$ ou a et b sont des nombres entiers relatifs.
 - Ecrire sous forme décimale l'image de 2×10^{-3} .
 - Déterminer par le calcul les antécédents éventuels de 6 puis de 0.
- Montrer que f admet un minimum atteint en 3 sur $]0; +\infty[$.
- La courbe représentative de f est donnée par le graphe sur la feuille jointe (à rendre avec la copie). Dresser le tableau de variation de f sur $]0; +\infty[$.
 - Comparer sans calcul les images respectives de $\sqrt{2}$ et $\sqrt{3}$.
- Résoudre graphiquement dans R, les inéquations suivantes (sans oublier de justifier avec soin et de compléter la figure avec les tracés nécessaires!)
 - $f(x) \leq 6,5$
 - Construire la droite D d'équation $y = \frac{1}{4}x + 6$. En déduire les solutions de $f(x) > \frac{1}{4}x + 6$ (justifier avec soin).