

8. Parallélisme

On donne un triangle ABC et les trois points D, E et F définis par : $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AE} = -3\overrightarrow{AC}$.

1. Prouver que D, E et F sont alignés.
2. On donne le point G tel que $\overrightarrow{BG} = 2\overrightarrow{BC}$. On appelle le point I le milieu de $[AC]$. Prouver que (DG) est parallèle à (BI) .
3. On donne les points H et K tels que $\overrightarrow{CH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$. Prouver que (HK) est parallèle à (BI) .

9. Alignement - 1

Soit un parallélogramme $ABCD$ de centre O (rappel : on place les points dans le sens trigonométrique direct).

1. On choisit $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ comme base de vecteurs. Pourquoi ce choix est-il possible ?
2. Quelles sont les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AO} et \overrightarrow{DB} (justifiez) ?
3. Construire E tel que les coordonnées de \overrightarrow{CE} soient $(\frac{2}{3}; -\frac{5}{3})$.
4. Démontrer que D, B et E sont alignés.

10. Alignement - 2

Soit un parallélogramme non aplati $ABCD$, E et F deux points de la droite (BD) .

1. Placer les points G et H définis par $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF}$.
2. Montrer que les points C, G et H sont alignés.
3. On pose $\overrightarrow{BE} = x \cdot \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BF} = y \cdot \overrightarrow{BD}$. Comment choisir les réels x et y pour que :
 - a. G appartienne à (AB) et H à (DC) .
 - b. C soit le milieu de $[GH]$.
 - c. G soit le milieu de $[CH]$.
 - d. H soit le milieu de $[CG]$.

11. Alignement - 3

Soit le rectangle $ABCD$ de centre O , I le milieu du segment $[AD]$.

1. Placer le point J tel que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IB}$.
2. Il semble que les points A, J et C soient alignés. Montrons le en utilisant deux méthodes différentes ...

Méthode 1 : Calcul analytique.

On se place dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. Trouver les coordonnées du point J . Démontrer que les points A, J et C sont alignés.

Méthode 2 : Méthode géométrique.

Que représente le segment $[IB]$ pour le triangle ADB ? Que représente le point J pour le triangle ADB ? Rédiger une démonstration de l'alignement des points A, J et C .

12. Alignement - 4

On donne un triangle ABC .

1. Placer le point E tel que $\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} = \vec{0}$ (on cherchera d'abord une relation du type $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AB}$).
2. F un point quelconque. Montrer que $\overrightarrow{FA} + 2\overrightarrow{FB} = 3\overrightarrow{FE}$. Placer le point H tel que $\overrightarrow{HA} + 2\overrightarrow{HB} + 3\overrightarrow{HC} = \vec{0}$.
3. Quelle conjecture peut-on faire pour les points C, E et H ? La démontrer.