

**Exercice V ( 1 pt. )**

Calculer :  $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin\left(\frac{13\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x) - \sin(7\pi - x)$ .

**Exercice VI ( 1 pt. )**

Démontrer que l'on a :  $(\cos^4 x)(3 - 2 \cos^2 x) = 1 - (\sin^4 x)(3 - 2 \sin^2 x)$ .

**Exercice VII ( 3 pts. )**

1. a/ Transformer  $\cos(a + b)$ .

1. b/ Déterminer l'unique réel  $\alpha$  de  $]-\pi, \pi]$  tel que : 
$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{1}{2} \\ \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

1. c/ A l'aide de a/ et b/, transformer :  $\frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$ .

2. a/ Calculer  $\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}$ . En déduire le calcul de  $\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ .

2. b/ Vérifier que :  $\frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ .

2. c/ Déterminer le signe de  $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$  ? Calculer alors  $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ , sachant que  $\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$ .

3. A l'aide de 1. et 2., résoudre l'équation :  $\cos x - \sqrt{3} \sin x = -\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ .

**Exercice VIII ( 4.5 pts. )**

1. a/ Rappeler l'expression de  $\cos(\pi + 2x)$  en fonction de  $\cos(2x)$ .

1. b/ En déduire la résolution dans  $\mathbb{R}$  de l'équation :  $\cos(2x) + \cos(3x) = 0$  (1).

Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique [ **unité de longueur : 3 cm** ], après avoir donné les solutions dans  $]-\pi, \pi]$ .

2. a/ Rappeler la formule donnant  $\cos(2x)$  en fonction de  $\cos^2 x$ .

2. b/ En posant  $\cos(3x) = \cos(x + 2x)$ , démontrer que :  $\cos(3x) = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$ .

3. A l'aide de 2., démontrer que :

[  $x$  est solution de l'équation (1) ] si, et seulement si [  $X = \cos x$  est solution de l'équation (2) ], où l'équation (2) est la suivante :  $4X^3 + 2X^2 - 3X - 1 = 0$ .

4. Déduire de 3. que les solutions de l'équation (2) sont :  $X = \cos \pi$ ,  $X = \cos \frac{\pi}{5}$ ,  $X = \cos \frac{3\pi}{5}$ .

5. a/ Résoudre l'équation (2) d'une autre façon, après avoir factorisé le polynôme

$$P(X) = 4X^3 + 2X^2 - 3X - 1.$$

5. b/ Déterminer le signe de  $\cos \frac{\pi}{5}$ .

Déduire alors de 5. a/ et 4., la valeur exacte de  $\cos \frac{\pi}{5}$ .